

УДК 519.65; 621.3.01

DOI: [10.26102/2310-6018/2020.29.2.016](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2020.29.2.016)

## Кусочно-нейронная модель на базе расщепленных сигналов для мемристоров Бернулли

Е.Б. Соловьева, А.А. Гарчук

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»  
им. В.И. Ульянова (Ленина),  
Санкт-Петербург, Российская Федерация*

**Резюме:** Актуальность исследования обусловлена сложностью математического моделирования нелинейных динамических устройств, поскольку аналитические решения систем нелинейных дифференциальных уравнений высокой размерности не всегда удается получить, а численные решения часто сопровождаются проблемой плохой обусловленности. В данной ситуации эффективно поведенческое моделирование, когда объект исследования представляется в виде «черного или серого ящика», и его математическая модель строится с применением множеств входных и выходных сигналов. Поведенческое моделирование важно в условиях ограниченности информации о новых элементах и технологиях, а также при сложности и разнообразии моделей, построенных на компонентном уровне. В статье рассмотрено поведенческое моделирование мемристивных устройств, активно развиваемых с использованием нанотехнологий для энергосберегающей техники. Предложен метод поведенческого моделирования передаточных характеристик мемристивных устройств с помощью кусочно-нейронных моделей на базе расщепленных сигналов. Для понижения размерности задачи аппроксимации нелинейных операторов и, следовательно, для упрощения математических моделей применены: аппарат нейронных сетей, метод расщепления сигналов, позволяющий адаптировать модель к классу входных сигналов, а также способ кусочной аппроксимации операторов нелинейных динамических систем. На основе предложенного метода построена кусочно-нейронная модель, включающая пять трехслойных нейронных сетей простой структуры ( $3 \times 2 \times 1$ , 100 параметров) и обеспечивающая существенно более высокую точность моделирования передаточной характеристики мемристоров, динамика тока в которых описывается дифференциальным уравнением Бернулли, по сравнению с двухслойной кусочно-нейронной и кусочно-полиномиальной моделями. Материалы статьи представляют практическую ценность для поведенческого моделирования мемристоров и мемристивных устройств различного функционального назначения, а также других нелинейных динамических систем, поскольку развивают универсальный аппарат аппроксимации нелинейных операторов на основе нейронных сетей.

**Ключевые слова:** нелинейная динамическая система, математическое моделирование, нелинейный оператор, нелинейная модель, аппроксимация, нейронная сеть, мемристор.

**Для цитирования:** Соловьева Е.Б., Гарчук А.А. Кусочно-нейронная модель на базе расщепленных сигналов для мемристоров Бернулли. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2020;8(2). Доступно по: [https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/05/SolovyevaHarchuk\\_2\\_20\\_1.pdf](https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/05/SolovyevaHarchuk_2_20_1.pdf) DOI: 10.26102/2310-6018/2020.29.2.016.

## Piecewise neural model based on split signals for Bernoulli memristors

E.B. Solovyeva, H.A. Harchuk

*Saint-Petersburg Electrotechnical University, Saint-Petersburg, Russian Federation*

**Abstract:** Actuality of the investigation theme is specified by complexity of mathematical modeling of nonlinear dynamic devices, since the analytical solutions of the nonlinear differential equation systems of high size are not always obtained, and numerical solutions are often accompanied by the problem of poor conditionality. In this situation, behavioral modeling is effective, herewith the object of investigation is represented as a “black or gray box”, and its mathematical model is constructed using the sets of the input and output signals. Behavioral modeling is important in conditions of restricted information of new elements and technologies, as well as under the complexity and variety of models built at the component level. The behavioral modeling of memristive devices actively developed using nanotechnology for energy-saving equipment is represented. A method of behavioral modeling of the transfer characteristics of memristive devices by means of piecewise neural models based on split signals is proposed. To reduce the dimension on approximating nonlinear operators and, therefore, to simplify mathematical models, are applied the following: neural networks, the signal splitting method that enables to adapt the model to the type of the input signals, and a piecewise approximation method for operators of nonlinear dynamic systems. On the basis of the proposed method, a piecewise neural model is constructed. This model includes five three-layer neural networks of simple structure (3x2x1, 100 parameters) and provides a significantly higher accuracy of modeling the transfer characteristic of memristors, the current dynamics of which are described by the Bernoulli differential equation, in comparison with the two-layer piecewise neural and piecewise polynomial models. The described results are of practical value for the behavioral modeling of memristors and various memristive devices, as well as of other nonlinear dynamic systems, since they develop a universal approach for approximating nonlinear operators based on neural networks.

**Keywords:** nonlinear dynamic system, mathematical modeling, nonlinear operator, nonlinear model, approximation, neural network, memristor

**For citation:** Solovyeva E.B., Harchuk H.A. Piecewise neural model based on split signals for Bernoulli memristors. . *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2020;8(2). Available from: [https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/05/SolovyevaHarchuk\\_2\\_20\\_1.pdf](https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/05/SolovyevaHarchuk_2_20_1.pdf) DOI: 10.26102/2310-6018/2020.29.2.016 (In Russ).

## Введение

В области моделирования нелинейных динамических систем (НДС) важную роль играют методы поведенческого моделирования, когда с использованием множеств входных и выходных сигналов математическая модель аппроксимирует нелинейных оператор по соответствию вход–выход НДС [1-3]. Эти методы весьма востребованы в случаях:

- отсутствия или недостаточности информации для моделирования НДС на компонентном уровне;
- применения новых материалов и технологий, порождающих сложность или невозможность описания процессов на основе физических законов.

Упомянутые ситуации характерны для бурно развивающихся мемристивных систем. Теоретическое описание мемристора, как четвертого пассивного электрического элемента, предложено Л. Чуа в 1971 году [4]. Мемристор – это управляемый резистор с памятью, сопротивление которого нелинейно зависит от истории изменения тока в нем. Этот элемент существовал в теории до 2008 года, когда ученые лаборатории Hewlett-Packard создали его первый опытный образец [5]. В настоящее время применение мемристивных структур обширно, укажем лишь некоторые области.

- Устройства памяти [6]. Время хранения информации в мемристивных элементах ограничено лишь химическими процессами разрушения материалов, из которых они

созданы, в то время как современные устройства памяти хранят информацию в виде зарядов электронов, имеющих тенденцию к утечке.

- Нанoeлектроника [7, 8]. Двухконтактные мемристивные элементы по сравнению с трехконтактными транзисторами обеспечивают большую компактность синтезируемых устройств. На основе мемристоров синтезируются нелинейные фильтры, осцилляторы, выпрямители, генераторы хаотических колебаний и другие нелинейные преобразователи [7, 8].

- Нейроморфные системы, имитирующие работу нервных тканей и биологических структур головного мозга [9, 10]. Мемристор – единственный элемент, который по своим функциям приближается к синапсам нейронных сетей головного мозга. В силу этого мемристивные системы применяются для создания принципиально новой (однородной) архитектуры компьютеров, где хранение данных и их обработка выполняются одновременно при отсутствии отдельных аппаратных компонентов (процессоров, жестких дисков, видеочипов и т. д.). В результате производительность нейроморфных компьютеров существенно выше компьютеров с фон-неймановской архитектурой [11].

Вследствие роста интереса к мемристивным системам появляются новые материалы и технологии для их производства. При разнообразии и нелинейности исследуемых физических процессов наблюдаются трудности аналитического и численного моделирования. Актуальным становится поведенческое моделирование мемристоров, которые представляются в виде «черного или серого ящика», и их математическая модель – это решение задачи аппроксимации нелинейного оператора, однозначно отображающего множество входных сигналов в множество выходных сигналов, как правило, в среднеквадратичной метрике [1-3].

Универсальными формами поведенческих моделей НДС являются: многомерные полиномы, например, полином Вольтерры [1-3], регрессионные модели и разные структуры нейронных сетей [12, 13]. Полиномиальные конструкции эффективны при гладких нелинейностях операторов НДС, когда мерность и степень полинома не высоки. При высокой нелинейности операторов размерность задачи их аппроксимации существенно возрастает, и, как следствие, наблюдается проблема плохой обусловленности ее решения [1-3]. Эта проблема отсутствует при аппроксимации операторов с помощью нейронных сетей, поскольку обработка данных в них выполняется параллельно (внутри каждого слоя нет межнейронных связей), и сами нейроны имеют простые конструкции. Однако, при нелинейно входящих параметрах нейронной сети решение задачи аппроксимации оператора дает ряд локальных оптимумов. Чем сложнее нейронная сеть, тем больше локальных оптимумов. Следовательно, для поведенческого моделирования НДС желательно выбирать простые нейронные структуры.

В работе предлагаются два способа упрощения поведенческих моделей НДС:

- адаптация модели к классу входных сигналов согласно теории расщепления [14-16];

- разбиение общей задачи аппроксимации нелинейного оператора НДС на подзадачи низкой размерности, решаемые на подмножествах входных сигналов, и далее построение кусочно-нейронной модели в виде набора простых структур нейронных сетей.

### Моделирование НДС в рамках теории расщепления сигналов

Согласно теории расщепления сигналов [14-16] нелинейный оператор  $F$  НДС представляется комбинацией двух операторов: оператора расщепителя –  $F_S$  и оператора нелинейного безынерционного преобразователя (НБП) –  $F_N$ . Операторное уравнение НДС имеет вид

$$y(t) = F[x(\mathbf{A}, t)] = F_N[F_S[x(\mathbf{A}, t)]], \quad (1)$$

где  $x(\mathbf{A}, t) \in X$  – скалярный входной сигнал из множества  $X$ ,  $\mathbf{A} \in G_a$  – вектор из множества  $G_a$  параметров воздействия,  $t$  – переменная времени из множества  $G_t$ ,  $y(t) \in Y$  – скалярный выходной сигнал из множества  $Y$ .

Расщепитель с оператором  $F_S$  преобразует скалярные входные сигналы  $x(\mathbf{A}, t) \in X$  в соответствующие векторные сигналы

$$\mathbf{X}_S(\mathbf{A}, t) = F_S[x(\mathbf{A}, t)] = [x_{s1}(\mathbf{A}, t), x_{s2}(\mathbf{A}, t), \dots, x_{sm}(\mathbf{A}, t)]^T,$$

где  $T$  – знак транспонирования, таким образом, чтобы выполнялись условия:

– векторные сигналы не исчезали, т. е.

$$\mathbf{X}_S(\mathbf{A}, t) \neq \mathbf{0} \quad (2)$$

при всех  $x(\mathbf{A}, t) \in X$ ;

– векторные сигналы в каждый момент времени были разными, т. е. при любых  $\mathbf{A}_1 \neq \mathbf{A}_2$ ,  $\mathbf{A}_1 \in G_a$ ,  $\mathbf{A}_2 \in G_a$ ,  $t_1 \neq t_2$ ,  $t_1 \in G_t$ ,  $t_2 \in G_t$  справедливо неравенство

$$\mathbf{X}_S(\mathbf{A}_1, t_1) \neq \mathbf{X}_S(\mathbf{A}_2, t_2). \quad (3)$$

Расщепление сигналов реализуется линейными и нелинейными, стационарными и нестационарными преобразователями [14].

Поскольку способ расщепления зависит от класса расщепляемого сигнала, описание оператора  $F_S$  является настолько простым, насколько позволяют свойства расщепления сигнала. Важным критерием выбора способа расщепления является минимальность числа каналов расщепителя (минимальность длины вектора расщепленных сигналов).

Оператор  $F_N$  НБП отображает векторные сигналы  $\mathbf{X}_S(\mathbf{A}, t)$  в скалярные выходные сигналы  $y(t) \in Y$  НДС. Этот оператор является безынерционным, его математические формы, например, следующие: многомерные полиномы, экспоненциальные многочлены, дробно-рациональные конструкции, разные структуры нейронных сетей.

Операторному уравнению (1) соответствует блок-схема модели НДС, изображенная на рисунке 1.

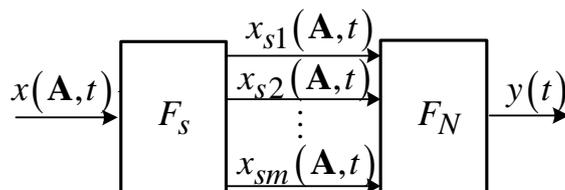


Рисунок 1 – Блок-схема поведенческой модели в методе расщепления сигналов  
 Figure 1 – The block scheme of a behavioral model in the signal splitting method

Далее нейронная модель, построенная на базе расщепленных сигналов, применяется для моделирования передаточных характеристик мемристоров, динамика тока в которых описывается дифференциальным уравнением Бернулли.

### Мемристоры Бернулли

Мемристоры Бернулли относятся к классу идеальных мемристоров [17, 18]. Элемент, управляемый зарядом и возбуждаемый напряжением, описывается парой уравнений [18]:

$$\frac{dq(t)}{dt} = \frac{v(t)}{M(q(t))},$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt},$$

где  $q(t)$  – заряд (управляющий сигнал или переменная состояния мемристора);  $v(t)$ ,  $i(t)$  – напряжение (входной) и ток (выходной) сигналы соответственно;  $M(q(t))$  – мемристанс.

Динамика тока мемристора определяется из дифференциального уравнения Бернулли [17, 18]

$$\frac{di(t)}{dt} - \frac{dv(t)/dt}{v(t)} i(t) = -\frac{k_2}{v(t)} i^{\alpha+2}(t), \quad (4)$$

где  $\alpha \neq -1, -2$  – целое число,  $k_2 = \frac{dM(q(t))}{dq(t)}$  – переменная, связанная с физической структурой мемристора; а динамика мемристанса описывается выражением:

$$\frac{dM(q(t))}{dt} = k_2 i^\alpha(t) = \frac{dM(q(t))}{dq(t)} i^\alpha(t).$$

Множество входных сигналов мемристора Бернулли включает гармонические сигналы вида:

$$v(\bar{t}) = A \sin(\omega_0 \bar{t}) = x(A, \bar{t}) = A \sin(\bar{t}), \quad (5)$$

где  $A$ ,  $A \in (-0.5; 1]$  – амплитудное значение,  $\omega_0$  – угловая частота;  $\bar{t} \in [0, 2\pi)$  – нормированное непрерывное время.

Аналитическое решение уравнения (4) при воздействии (5) имеет вид [18, 19]

$$i(\bar{t}) = \frac{v(\bar{t})}{M_0 \left[ 1 + \beta_2 \int_0^{\bar{t}} v^\alpha(\tau) d\tau \right]^{1/(\alpha+1)}}, \quad (6)$$

где  $M_0 = v(0)/i(0)$ ,  $\beta_2 = (\alpha+1)k_2 A / M_0^{\alpha+1}$ .

Пусть в равенстве (6)  $M_0 = 2$ ,  $k_2 = 2$ , тогда  $\beta_2 = A$ ,  $\alpha = 1$ , и выражение (6) преобразуется к виду

$$i(\bar{t}) = \frac{v(\bar{t})}{2 \left[ 1 + A(1 - \cos(\bar{t})) \right]^{1/2}}. \quad (7)$$

В итоге множество выходных сигналов мемристора содержит сигналы тока  $i(\bar{t})$ , полученные из равенства (7) при входном напряжении  $v(\bar{t})$  из выражения (5).

### Построение кусочно-нейронной модели мемристора Бернулли

Процедура построения кусочно-нейронной модели на базе расщепленных сигналов включает следующие этапы:

- Расщепляем скалярный входной гармонический сигнал (5) с помощью линии задержки. В результате исследований установлено [20], что условия расщепления (2) и (3) выполняются при минимальной длине вектора расщепленных сигналов, равной двум, т. е.

$$\mathbf{X}_s(A, \bar{t}) = [x_{s1}(A, \bar{t}), x_{s2}(A, \bar{t})]^T = [A \sin(\bar{t}), A \sin(\bar{t} - \bar{t}_0)]^T, \quad (8)$$

где  $\bar{t}_0$  – задержка в нормированном времени. Увеличение длины вектора  $\mathbf{X}_s(A, \bar{t})$  (или длины линии задержки) сохраняет расщепление, однако ведет к росту размерности задачи аппроксимации и, следовательно, к усложнению модели.

- Выбираем в качестве НБП нейронную сеть прямого распространения. Функции активации в сети – сигмоидальные (гиперболический тангенс).

- Как следует из выражения (7), нелинейность передаточной характеристики мемристора Бернулли существенно зависит от амплитуды  $A$  входного сигнала. Принимая во внимание этот факт, целесообразно строить кусочно-нейронную модель, как совокупность нейронных сетей простой структуры (например, двухслойных или трехслойных с малым числом нейронов) на подмножествах воздействия, чем конструировать единую сложную нейронную сеть на всем множестве входного сигнала.

Таким образом, параметры кусочно-нейронной модели находятся при разложении общей задачи аппроксимации высокой размерности на несколько подзадач низкой размерности и их решении с применением тестовых сигналов разной амплитуды из соответствующих подмножеств воздействия. Амплитуды тестовых сигналов из подмножеств воздействия задаются из таблицы 1.

Таблица 1 – Амплитуды тестовых гармонических сигналов из подмножеств воздействия  
 Table 1 – The amplitudes of test harmonic signals from the input signal subsets

Номер подмножества воздействия	Поддиапазон амплитуды воздействия	Вектор амплитуд тестовых сигналов
1	(-0.5; -0.45]	$\mathbf{A}_1 = [-0.48; -0.47; -0.46; -0.45]$
2	(-0.45; -0.4]	$\mathbf{A}_2 = [-0.449; -0.44; -0.43; -0.42; -0.41; -0.4]$
3	(-0.4; 0)	$\mathbf{A}_3 = [-0.399; -0.3; -0.2; -0.1; -0.001]$
4	(0; 0.5)	$\mathbf{A}_4 = [0.001; 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.499]$
5	[0.5; 1]	$\mathbf{A}_5 = [0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9; 1]$

Передаточные характеристики мемристора (гистерезисные кривые), построенные в виде зависимостей сигнала  $i(\bar{t}_n)$  (выходного сигнала мемристора из формулы (7)) от воздействия  $v(\bar{t}_n)$  из выражения (5) при тестовых сигналах с амплитудами, указанными в таблице 1 для 2-го и 4-го подмножеств воздействия, показаны на рисунке 2, а, б соответственно. Кривые 1–6 получены при заданных в таблице 1 элементах векторов  $\mathbf{A}_2$  и  $\mathbf{A}_4$ .

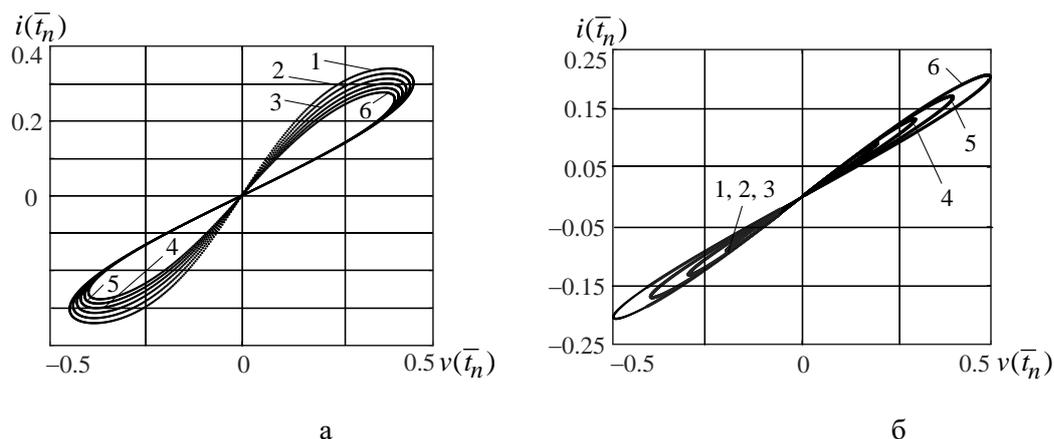


Рисунок 2 – Передаточные характеристики мемристора Бернулли для 2-го ( $A \in (-0.45; -0.4]$ ) (а) и 4-го ( $A \in (0; 0.5)$ ) (б) подмножеств входного сигнала

Figure 2 – The transfer characteristics of the Bernoulli memristor for the second ( $A \in (-0.45; -0.4]$ ) (a) and the fourth ( $A \in (0; 0.5)$ ) subsets of the input signal

Рисунок 2 иллюстрирует существенную зависимость передаточной характеристики мемристора Бернулли от амплитуды входного сигнала, что подтверждает целесообразность построения кусочно-нейронной модели на подмножествах входного сигнала.

Известно, что простой нейронный аппроксиматор – это двухслойная сеть прямого распространения, однако для повышения точности моделирования рекомендуется применять трехслойную нейронную сеть, где первый скрытый слой описывает локальные, а второй скрытый слой – глобальные свойства объекта моделирования [12].

Далее представлены результаты исследования кусочно-нейронных сетей прямого распространения с двумя (3x1) и тремя (3x2x1) слоями. Сети обучались в системе MATLAB на основе метода обратного распространения ошибки с алгоритмом оптимизации Левенберга-Марквардта, который, являясь комбинацией градиентного метода и метода Ньютона-Гаусса, обладает высокой скоростью сходимости [12].

### Результаты моделирования передаточной характеристики мемристора Бернулли

Погрешности построенных по соотношению вход (5)–выход (7) кусочно-нейронных моделей мемристора Бернулли рассчитаны при трех испытательных сигналах

( $k = 1, 2, 3$ ) из каждого подмножества воздействия (таблица 2) на основе следующих выражений:

– приведенная равномерная погрешность

$$\bar{\Delta}_k(\bar{t}_n) = (i(\bar{t}_n) - y_k(\bar{t}_n)) / \max_{\bar{t}_n \in (0, 2\pi)} (|i(\bar{t}_n)|), \quad n = 1, 2, \dots, 628, \quad k = 1, 2, 3,$$

где  $\bar{t}_n$  – значения нормированного времени в интервале  $\bar{t}_n \in (0, 2\pi)$ , меняющиеся с временным шагом 0.01;

– максимальная абсолютная приведенная погрешность

$$\max(|\bar{\Delta}_k(\bar{t}_n)|) = \max_{k=1, 2, 3} \left( \max(|\bar{\Delta}_k(\bar{t}_n)|) \right), \quad (9)$$

где

$$\max(|\bar{\Delta}_k(\bar{t}_n)|) = \max_{\bar{t}_n \in (0, 2\pi)} \left( |i(\bar{t}_n) - y_k(\bar{t}_n)| / \max_{\bar{t}_n \in (0, 2\pi)} (|i(\bar{t}_n)|) \right), \quad n = 1, 2, \dots, 628;$$

– среднеквадратичная приведенная погрешность

$$\varepsilon = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) / 3,$$

$$\varepsilon_k = \sqrt{\frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \left( \frac{i(\bar{t}_q) - y_k(\bar{t}_q)}{\max_{\bar{t}_n \in (0, 2\pi)} (|i(\bar{t}_n)|)} \right)^2}, \quad Q = 628, \quad k = 1, 2, 3. \quad (10)$$

Среднеквадратичные приведенные погрешности (10), соответствующие кусочно-нейронной двухслойной 3x1 (на каждом поддиапазоне воздействия строилась двухслойная сеть) и трехслойной 3x2x1 (на каждом поддиапазоне воздействия строилась трехслойная сеть) моделям, представлены в таблице 2. Кусочно-нейронная сеть 3x1 содержит 65 параметров, сеть 3x2x1 – 100 параметров. Из таблицы 2 видно, что кусочно-нейронная трехслойная сеть дает погрешность в несколько раз меньшую по сравнению с двухслойной сетью в силу описания трехслойной сетью большего числа свойств (как локальных, так и глобальных) моделируемого объекта.

В таблице 3 представлены максимальная абсолютная (9) и среднеквадратичная (10) приведенные погрешности, полученные при одинаковых испытательных сигналах (с амплитудами воздействия из таблицы 2) кусочно-нейронной трехслойной сетью 3x2x1 (число параметров 100) и кусочно-полиномиальной моделью.

Таблица 2 – Погрешности моделирования, полученные кусочно-нейронными двухслойной 3x1 и трехслойной 3x2x1 сетями

Table 2 – The errors of modeling by the piecewise neural two-layer 3x1 and three-layer 3x2x1 networks

Номер подмножества воздействия	Амплитуды испытательных сигналов	Погрешности $\varepsilon, \times 10^{-3}$	
		Сеть 3x1	Сеть 3x2x1
1	-0.475; -0.465; -0.455	26.27	6.07
2	-0.445; -0.425; -0.405	15.89	3.21

3	-0.35; -0.25; -0.05	24.08	6.78
4	0.05; 0.25; 0.45	15.47	9.47
5	0.55; 0.75; 0.95	5.89	2.29

Таблица 3 – Погрешности моделирования кусочно-нейронной трехслойной сетью 3x2x1 и кусочно-полиномиальной моделью

Table 3 – The errors of modeling by the piecewise neural three-layer network 3x2x1 and the piecewise polynomial model

Номер подмножества воздействия	Кусочно-нейронная сеть 3x2x1		Кусочно-полиномиальная модель	
	$\max( \bar{\Delta}(\bar{t}_n) ), \times 10^{-2}$	$\varepsilon, \times 10^{-3}$	$\max( \bar{\Delta}(\bar{t}_n) ), \times 10^{-2}$	$\varepsilon, \times 10^{-3}$
1	1.58	6.07	5.12	17.11
2	1.15	3.21	3.62	13.30
3	1.83	6.78	1.92	10.20
4	3.39	9.47	3.63	10.11
5	0.66	2.29	1.17	4.04

Кусочно-полиномиальная модель мемристора содержала пять полиномов, построенных на подмножествах входного гармонического сигнала при амплитудах тестовых воздействий, указанных в таблице 1. На каждом подмножестве полином имел вид

$$\begin{aligned}
 y(\bar{t}) &= \sum_{j_1=0}^{J_1} \sum_{j_2=0}^{J_2} C_{j_1 j_2} [x_{s1}(A, \bar{t})]^{j_1} [x_{s2}(A, \bar{t})]^{j_2} = \\
 &= \sum_{j_1=0}^{J_1} \sum_{j_2=0}^{J_2} C_{j_1 j_2} [A \sin(\bar{t})]^{j_1} [A \sin(\bar{t} - \bar{t}_0)]^{j_2}, \quad (11)
 \end{aligned}$$

где  $x_{s1}(A, \bar{t}), x_{s2}(A, \bar{t})$  – базисные функции многомерного полинома – элементы вектора расщепленных сигналов (8),  $J = \sum_{r=1}^2 J_r$  – степень полинома. На первом подмножестве

воздействия степень полинома (11) выбрана 6, на остальных подмножествах степень полинома – 5, общее число параметров кусочно-полиномиальной модели равно 107.

Из анализа таблицы 3 следует, что кусочно-нейронная трехслойная сеть дает существенно более высокую точность моделирования передаточной характеристики мемристора Бернулли по сравнению с кусочно-полиномиальной моделью при

практически одинаковой сложности (приблизительно одинаковом количестве параметров) этих моделей.

### Заключение

Поведенческие модели как результат аппроксимации нелинейных операторов НДС, отображающих множество входных сигналов в множество выходных, весьма сложны при высокой нелинейности объектов исследования. Предложено два пути понижения сложности поведенческих моделей:

– построение более простых математических моделей на базе расщепленных сигналов, отражающих свойства заданного класса воздействий, по сравнению с универсальными моделями, например, рядом Вольтерры;

– формирование набора слабо нелинейных моделей на подмножествах входных сигналов НДС вместо синтеза общей сложной модели высокой нелинейности на всем заданном множестве воздействий.

Указанные подходы лежат в основе выполненного поведенческого моделирования передаточной характеристики мемристоров Бернулли с помощью кусочно-нейронной структуры. Результатами моделирования являются:

– расщепление класса гармонических воздействий и конструирование для нейронных моделей вектора базисных функций, включающего текущее и предыдущее значения входного сигнала;

– существенно более точное моделирование передаточной характеристики мемристора Бернулли кусочно-нейронной трехслойной сетью  $3 \times 2 \times 1$ , описывающей локальные (в первом скрытом слое) и глобальные (во втором скрытом слое) свойства объекта исследования, по сравнению с кусочно-нейронной двухслойной сетью  $3 \times 1$ ;

– получение более высокой точности моделирования с помощью кусочно-нейронной трехслойной сети  $3 \times 2 \times 1$  (пять трехслойных сетей, общее число параметров – 100) по сравнению с кусочно-полиномиальной моделью (пять полиномов пятой–шестой степени, общее число параметров – 107).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Schoukens J., Ljung L. Nonlinear system identification. A user-oriented roadmap. *IEEE Control Systems Magazine*. 2019;6(39):28-99. <https://arxiv.org/abs/1902.00683> (дата обращения: 05.04.2020).
2. Rogers T.J., Holmes G.R., Cross E.J., Worden K. On a grey box modelling framework for nonlinear system identification. *Special topics in structural dynamics*. 2017;(6):167-178. DOI: 10.1007/978-3-319-53841-9\_15.
3. Бычков Ю.А., Соловьева Е.Б., Щербаков С.В. Непрерывные и дискретные нелинейные модели динамических систем. *Лань*. 2018: 420.
4. Chua L. Memristor – the missing circuit element. *IEEE Transactions on Circuit Theory*. 1971;5(18):507–519. DOI: 10.1109/TCT.1971.1083337.
5. Strukov D.B., Snider G.S., Stewart D.R., Williams R.S. The missing memristor found. *Nature*. 2008; 7191(453):80–83. DOI: 10.1038/nature06932.
6. Вайнштейн М.З. Электрохимические составляющие нейроморфных сетей. *The Caucasus*. 2016;3(13):4-11.
7. Fatima M., Begum R. Power dissipation analysis of memristor for low power integrated circuit

- applications. *International Journal of Scientific Research in Science, Engineering and Technology IJSRSET*. 2018;8(4):447-452.
8. Vourkas I., Sirkoulis G.Ch. Memristor-based nanoelectronic computing circuits and architectures. *Cham, Springer International Publishing Switzerland*. 2016;(19):241. DOI: 10.1007/978-3-319-22647-7.
  9. Xia Q., Yang J.J. Memristive crossbar arrays for brain-inspired computing. *Nature Materials*. 2019;4(18):309-323. DOI: [10.1038/s41563-019-0291-x](https://doi.org/10.1038/s41563-019-0291-x).
  10. James A. Memristor and memristive neural networks. *BoD–Books on Demand*. 2018. DOI: 10.5772/66539.
  11. Тарков М.С. Нейрокомпьютерные системы. *Интернет-Ун-т Информ. Технологий*. 2016:171.
  12. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. *Издательский дом «Вильямс»*. 2019:1104.
  13. Solovyeva E. Behavioural nonlinear system models specified by various types of neural networks. *Journal of Physics: Conference Series (JPCS). International Conference on Information Technologies in Business and Industry*. 2018;3(1015):1-6. DOI: 10.1088/1742-6596/1015/3/032139.
  14. Ланнэ А.А. Нелинейные динамические системы: синтез, оптимизация, идентификация. *ВАС*. 1985: 240.
  15. Ланнэ А.А. Нейронные цепи, тринадцатая проблема Гильберта и задачи обработки сигналов. *Вестник молодых ученых. Технические науки*. 2001;7:3-26.
  16. Solovyeva E. A split signal polynomial as a model of an impulse noise filter for speech signal recovery. *Journal of Physics: Conference Series. International Conference on Information Technologies in Business and Industry*. 2016;1(803):1-6. DOI: 10.1088/1742-6596/803/1/012156.
  17. Biolek Z., Biolek D., Biolkova V. Differential equations of ideal memristors. *Radioengineering*. 2015;2(24):369-377. DOI: 10.13164/re.2015.0369.
  18. Georgiou P.S., Barahona M., Yaliraki S.N., Drakakis E.M. Device properties of Bernoulli memristors. *Proceedings of the IEEE*. 2012;6(100):1938-1950. DOI: [10.1109/JPROC.2011.2164889](https://doi.org/10.1109/JPROC.2011.2164889).
  19. Ma C., Xie S., Jia Y., Lin G. Macromodeling of the memristor using piecewise Volterra series. *Microelectronics Journal*. 2014;3(45):325–329. DOI: [10.1016/j.mejo.2013.11.017](https://doi.org/10.1016/j.mejo.2013.11.017).
  20. Solovyeva E.B., Toepfer H., Harchuk H. Behavioural model of memristors used as elements of neuromorphic systems. *AIP Conference Proceedings. XIV Russian-German Conference on Biomedical Engineering*. 2019;1(2140):1–4. DOI: [10.1063/1.5122000](https://doi.org/10.1063/1.5122000).

## REFERENCES

1. Schoukens J., Ljung L. Nonlinear system identification. A user-oriented roadmap. *IEEE Control Systems Magazine*. 2019;6(39):28-99. <https://arxiv.org/abs/1902.00683> (accessed 05.04.2020).
2. Rogers T.J., Holmes G.R., Cross E.J., Worden K. On a grey box modelling framework for nonlinear system identification. *Special topics in structural dynamics*. 2017;(6):167-178. DOI: 10.1007/978-3-319-53841-9\_15.
3. Bychkov Yu.A., Solov'eva E.B., Shcherbakov S.V. Nepreryvnye i diskretnye nelineinye modeli dinamicheskikh sistem. *Lan'*. 2018:420. (In Russ)
4. Chua L. Memristor – the missing circuit element. *IEEE Transactions on Circuit Theory*. 1971;5(18):507-519. DOI: 10.1109/TCT.1971.1083337.
5. Strukov D.B., Snider G.S., Stewart D.R., Williams R.S. The missing memristor found. *Nature*. 2008; 7191(453):80–83. doi:10.1038/nature06932.

6. Vainshtein M.Z. Elektrokhimicheskie sostavlyayushchie neiromorfnykh setei. *The Caucasus*. 2016;3(13):4-11. (In Russ)
7. Fatima M., Begum R. Power dissipation analysis of memristor for low power integrated circuit applications. *International Journal of Scientific Research in Science, Engineering and Technology IJSRSET*. 2018;8(4):447-452.
8. Vourkas I., Sirkoulis G.Ch. Memristor-based nanoelectronic computing circuits and architectures. *Cham, Springer International Publishing Switzerland*. 2016;(19):241. DOI: 10.1007/978-3-319-22647-7.
9. Xia Q., Yang J.J. Memristive crossbar arrays for brain-inspired computing. *Nature Materials*. 2019;4(18):309-323. DOI:10.1038/s41563-019-0291-x.
10. James A. Memristor and Memristive Neural Networks. *BoD-Books on Demand*. 2018. DOI: 10.5772/66539.
11. Tarkov M.S. Neurokomp'yuternye sistemy. *Internet-Un-t Inform. Tekhnologii: Binom. Laboratoriya znanii*. 2016:171. (In Russ)
12. Haykin S. Neural Networks: a comprehensive foundation. *Izdatel'skii dom «Vil'yams*. 2019:1104. (In Russ)
13. Solovyeva E. Behavioural nonlinear system models specified by various types of neural networks. *Journal of Physics: Conference Series (JPCS). International Conference on Information Technologies in Business and Industry*. 2018;3(1015):1-6. DOI: 10.1088/1742-6596/1015/3/032139.
14. Lanne A.A. Nelineinye dinamicheskie sistemy: sintez, optimizatsiya, identifikatsiya. *VAS*. 1985: 240. (In Russ)
15. Lanne A.A. Neironnye tsepi, trinadtsataya problema Gil'berta i zadachi obrabotki signalov. *Vestnik molodykh uchenykh. Tekhnicheskie nauki*. 2001;7:3-26. (In Russ)
16. Solovyeva E. A split signal polynomial as a model of an impulse noise filter for speech signal recovery. *Journal of Physics: Conference Series. International Conference on Information Technologies in Business and Industry*. 2016;1(803):1-6. DOI: 10.1088/1742-6596/803/1/012156.
17. Biolek Z., Biolek D., Biolkova V. Differential equations of ideal memristors. *Radioengineering*. 2015;2(24): 369-377. DOI:10.13164/re.2015.0369.
18. Georgiou P.S., Barahona M., Yaliraki S.N., Drakakis E.M. Device properties of Bernoulli memristors. *Proceedings of the IEEE*. 2012;6(100):1938-1950. DOI: 10.1109/JPROC.2011.2164889.
19. Ma C., Xie S., Jia Y., Lin G. Macromodeling of the memristor using piecewise Volterra series. *Microelectronics Journal*. 2014;3(45): 325-329. DOI: 10.1016/j.mejo.2013.11.017.
20. Solovyeva E.B., Toepfer H., Harchuk H. Behavioural model of memristors used as elements of neuromorphic systems. *AIP Conference Proceedings. XIV Russian-German Conference on Biomedical Engineering*. 2019;1(2140):1-4. DOI: [10.1063/1.5122000](https://doi.org/10.1063/1.5122000).

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Соловьева Елена Борисовна**, доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой теоретических основ электротехники, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет ЛЭТИ им. В.И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Российская Федерация.  
email: [selenab@hotmail.ru](mailto:selenab@hotmail.ru)

**Elena B. Solovyeva**, D.Sc., Professor, A Head Of The Theoretical Electrical Engineering Department, Saint-Petersburg Electrotechnical University, Saint-Petersburg, Russian Federation

ORCID: 0000-0001-8204-6632

**Гарчук Анна Александровна**, ассистент кафедры теоретических основ электротехники, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет ЛЭТИ им. В.И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Российская Федерация.

*email:* [harchukhanna@gmail.com](mailto:harchukhanna@gmail.com)

ORCID: 0000-0001-5716-5023

**Hanna A. Harchuk**, Assistant Of The Theoretical Electrical Engineering Department, Saint-Petersburg Electrotechnical University, Saint-Petersburg, Russian Federation