

УДК 004.5, 519.17

DOI: [10.26102/2310-6018/2020.30.3.004](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2020.30.3.004)

## Выбор функций элементов эргатических систем для обеспечения их функционирования в условиях деструктивных воздействий

**В.В. Меньших, Г.И. Зверев**

*Воронежский институт МВД России, Воронеж, Российская Федерация*

**Резюме:** Эргатические системы нашли своё применение в тех областях науки и техники, где вмешательство оператора-человека в работу является необходимым условием обеспечения их успешного функционирования. Для эффективной работы систем и возможности оперативного решения возникающих нештатных ситуаций в сложившихся условиях необходимо выбрать оптимальный набор альтернативных функций многофункциональных элементов системы. Актуальность указанной проблемы заключается в том, что особое место среди эргатических систем занимают системы управления силами и средствами силовых ведомств, которые как раз и характеризуются наличием в своей структуре многофункциональных элементов. В качестве структурно-параметрических моделей указанных систем в данной работе предлагается использовать взвешенные гиперграфы. Вследствие различных деструктивных воздействий на систему возникает задача выбора оптимального набора функций элементов системы. Для решения поставленной задачи разработан оптимизационный алгоритм выбора, основанный на использовании схемы ветвей и границ, а для иллюстрации работы представленного метода в работе приведен численный пример. Дальнейшим развитием идей, изложенных в указанной статье, будет являться разработка методов оценки живучести эргатических систем рассмотренного вида при различных видах деструктивных воздействий на них.

**Ключевые слова:** эргатические системы, взвешенные гиперграфы, схема ветвей и границ, многофункциональные элементы системы.

**Для цитирования:** Меньших В.В., Зверев Г.И. Выбор функций элементов эргатических систем для обеспечения их функционирования в условиях деструктивных воздействий. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2020;8(3). Доступно по: [https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/08/MenshikhZverev\\_3\\_20\\_1.pdf](https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/08/MenshikhZverev_3_20_1.pdf) DOI: 10.26102/2310-6018/2020.30.3.004

## Selection of ergatic systems elements functions to ensure their functioning under conditions of destructive influence

**V.V. Menshikh, G.I. Zverev**

*Voronezh Institute of the Ministry of the Interior of Russia,  
Voronezh, Russian Federation*

**Abstract:** Ergatic systems have found application in areas of science and technology where the intervention of a human operator in the work is a prerequisite for ensuring their successful functioning. For the effective operation of the systems and the ability to quickly solve emerging emergencies in the current conditions, it is necessary to choose the optimal set of alternative functions of the multifunctional system elements. The urgency of this problem lies in the fact that a special place among the ergatic systems is occupied by the systems of command and control of the power departments, which are precisely characterized by the presence of multifunctional elements in their structure. It is proposed to use weighted hypergraphs as structural-parametric models of these systems. Due to various destructive effects on the system, the problem arises of choosing the optimal set of functions of the elements of the system. To solve this problem, an optimization selection algorithm based on the use of the branch and

bound scheme was developed, and a numerical example is given to illustrate the operation of the presented method. Further development of the ideas presented in this article will be the development of methods for assessing the survivability of ergatic systems of the considered type with various types of destructive effects on them.

**Keywords:** ergatic systems, weighted hypergraphs, branch and bound, multifunctional system elements.

**For citation:** Menshikh V.V., Zverev G.I. Selection of ergatic systems elements functions to ensure their functioning under conditions of destructive influence. *Modeling, optimization and information technology*. 2020;8(3). Available from: [https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/08/MenshikhZverev\\_3\\_20\\_1.pdf](https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2020/08/MenshikhZverev_3_20_1.pdf) DOI: 10.26102/2310-6018/2020.30.3.004 (In Russ).

## Введение

Как известно, широкий класс задач решается только при участии человека в работе систем управления. Такие системы, функционирование которых невозможно без вмешательства человека-оператора, принято называть эргатическими [1].

Особое место среди указанных систем занимают системы критического применения, элементы которых характеризуются возможностью перехода к выполнению альтернативных задач при изменении условий функционирования системы, в частности в условиях деструктивных воздействий при возникновении чрезвычайных обстоятельств [2]. Примерами систем критического применения могут выступать системы управления силами и средствами силовых ведомств.

Эргатические системы описанного вида включают в свою структуру элементы, обладающие набором альтернативных функций [3]. В каждом случае выполнение функций предполагает осуществление взаимосвязи между элементами (подмножествами элементов) системы. При этом важно отметить, что в системах критического применения могут возникать взаимосвязи не только двух, но и большего числа элементов [4]. Для эффективной работы, повышения живучести указанных систем и возможности оперативного решения возникающих нештатных ситуаций в сложившихся условиях необходимо выбрать оптимальный набор альтернативных функций многофункциональных элементов системы.

Существуют различные причины снижения эффективности функционирования эргатических систем. Примером такого снижения может выступить внутреннее или внешнее деструктивное воздействие [5], вызванное последствиями чрезвычайных обстоятельств.

## Описание структурно-параметрических моделей и функциональных возможностей эргатических систем

Функционирование рассматриваемых эргатических систем определяется выбором одного из наборов альтернативных функций  $F$  элементов системы. При этом предполагается, что каждая функция элемента определяет, в том числе и совокупность его связей с другими элементами. Таким образом, наборы альтернативных функций должны быть согласованы: выбор функции для одного элемента ограничивает возможности выбора функций для других элементов так, чтобы сохранялись их связи с данным элементом.

В этом случае в качестве структурно-параметрических моделей указанных систем целесообразно использовать взвешенные гиперграфы [6] следующего вида:

$$G(F) = (S, E(F), P, K(F)), \quad (1)$$

где:

- вершины  $S$  соответствуют элементам системы;
- ребра  $E(F)$  характеризуют взаимосвязь между элементами (подмножествами элементов) для выбранного набора функций  $F$ ;
- веса вершин  $P$  отражают степень эффективности функционирования элементов в соответствии с выбранными функциями;
- веса ребер  $K(F)$  отражают степень эффективности осуществления взаимосвязи между элементами (подмножествами элементов).

Будем считать, что:

- для обеспечения функционирования системы при любом выборе набора функций  $F$  используются все её элементы, а ребра – соответствующие только данному набору функций;
- веса вершин и ребер не зависят от выбора наборов функций элементов.

Обозначим:

- $m = \left| \bigcup_F E(F) \right|$  – число всех потенциально возможных взаимосвязей между элементами системы;
- $K = \bigcup_F K(F)$  – веса всех потенциально возможных взаимосвязей между элементами системы;
- $q_{pi_i} = \begin{cases} 1, & \text{если выполнение } f_{i_i} \text{ предполагает наличие в } \Gamma(F) \text{ } e_p \in E(F); \\ 0, & \text{если иначе.} \end{cases}$

Для удобства в дальнейшем будем считать, что:

$$k_j(F) = \begin{cases} k_j \in K, & \text{если } e_j \in E(F); \\ 0, & \text{если иначе.} \end{cases} \quad (2)$$

Эффективность функционирования системы характеризуется важностью (вкладом в общую эффективность системы) конкретных элементов системы  $s_i$  в зависимости от выбранной функции  $f_{i_i}$ .

Функциональные возможности системы в целом в таком случае можно оценить выражением [7]:

$$H(G(F), F, A(F)), \quad (3)$$

где:

- $A(F) = \left\{ \alpha_1(f_{1_1}), \dots, \alpha_n(f_{n_n}) \right\}$  – важность (вклад в общую эффективность) элементов системы в зависимости от выбранных для них функций;
- $F = (f_{1_1}, \dots, f_{n_n})$  – набор выбранных функций элементов системы.

Данная функция монотонно возрастает по каждому ее аргументу.

Частный вид указанной функции описан авторами в [7] и для значений весов, заданных численно, имеет вид:

$$H(G(F), F, A(F)) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(f_{i_i}) p_i + \sum_{j=1}^m k_j(F). \quad (4)$$

### Постановка задачи оптимизации выбора функций элементов

Как было сказано выше, различные деструктивные воздействия могут являться причиной снижения эффективности функционирования эргатических систем [8]. В этой связи возникает задача выбора оптимального набора функций элементов системы, максимизирующей её эффективность. Для этого введем переменные  $x_{it_i}$ , отвечающие за выбор конкретных альтернативных функций для элементов системы:

$$x_{it_i} = \begin{cases} 1, & \text{если выбрана } f_{it_i}; \\ 0, & \text{если иначе.} \end{cases} \quad (5)$$

Обозначим  $X = (x_{1i_1}, \dots, x_{ni_n})$ .

Таким образом, задача оптимизации выбора функций элементов системы принимает вид нахождения:

$$X^* = \arg \max_X \sum_{i=1}^n p_i \sum_{t_i=1}^{n_i} x_{it_i} \left( \alpha_i(f_{it_i}) + \sum_{j=1}^m \frac{k_j(F)}{\lambda_j} n_{it_i,j} \right) \quad (6)$$

при ограничениях:

$$\sum_{t_i=1}^{n_i} x_{it_i} = 1, \quad (7)$$

$$\forall p \ q_{pit_i} \cdot x_{it_i} = q_{pj_t_j} \cdot x_{jt_j}. \quad (8)$$

Здесь поясним, что:

- $n_i$  – число функций элемента системы  $s_i$ ;
- $n_{it_i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если } f_{it_i} \text{ предполагает наличие связи } e_j; \\ 0, & \text{если иначе;} \end{cases}$
- $\lambda_j = \sum_{i=1}^n \sum_{t_i=1}^{n_i} n_{it_i,j} x_{it_i}$  – число элементов, выбранные функции которых

предполагают наличие связи  $e_j$ .

Необходимо отметить, что (7) показывает, что для каждого элемента выбрана одна из альтернативных функций, а (8) отражает наличие согласованности выбранных функций элементов системы по взаимосвязи.

Для решения задач (6) – (8) разработан численный метод, основанный на использовании схемы ветвей и границ.

### Описание метода, основанного на использовании схемы ветвей и границ

Корнем дерева частичных решений будет являться вершина  $\Omega$ , соответствующая отсутствию выбора функции. Вершины дерева соответствуют кортежам вида  $\langle f_{1l_1}, \dots, f_{ll_l} \rangle$ , где  $l \in \{1, \dots, n\}$ .

Ветвление осуществляется по правилу:

- потомками  $\Omega$  являются  $\langle f_{11} \rangle, \dots, \langle f_{1n_1} \rangle$ ;

– потомками  $\langle f_{l_1}, \dots, f_{l_l} \rangle$  являются вершины  $\langle f_{l_1}, \dots, f_{l_l}, f_{(l+1)1} \rangle, \dots, \langle f_{l_1}, \dots, f_{l_l}, f_{(l+1)n_{l+1}} \rangle$ .

В качестве оценки вершины  $\Omega$  предлагается:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_{i_{\max}} p_i + \sum_{j=1}^m k_j(F), \quad (9)$$

где

$$\alpha_{i_{\max}} = \max_F \{ \alpha_1(f_{l_1}), \dots, \alpha_n(f_{n_n}) \}. \quad (10)$$

В качестве оценок вершин  $\langle f_{l_1}, \dots, f_{l_l} \rangle$  предлагается:

$$\sum_{i=1}^l \alpha_i(f_{i_l}) p_i + \sum_{i=l+1}^n \alpha_{i_{\max}} p_i + \sum_{j=1}^m \frac{k_j(F)}{\lambda_j} n_{i_l, j}^l, \quad (11)$$

где

$$n_{i_l, j}^l = \begin{cases} n_{i_l, j}, & \text{для выбранных функций } \langle f_{l_1}, \dots, f_{l_l} \rangle; \\ 1, & \text{для остальных функций.} \end{cases} \quad (12)$$

Корректность выбора указанных оценок определяется тем, что они являются максимальными и монотонно убывающими при спуске по дереву частичных решений в соответствии с общим принципом использования схемы ветвей и границ.

Обход дерева частичных решений осуществляется в два этапа:

1. Нахождение первоначального решения с помощью направленного спуска по дереву частичных решений;
2. Оптимизация первоначального решения с помощью ограниченного обхода вершин дерева частичных решений.

Реализация первого этапа по своей сути является реализацией «жадного» алгоритма, то есть алгоритма, который на каждом шагу делает локально наилучший выбор с такой перспективой, что итоговое решение будет оптимальным. Полученное решение объявляется рекордным.

Второй этап обхода дерева заключается в обходе дерева решений с соблюдением следующих правил:

1. Если на каком-либо шаге оценка частичного решения (11) оказывается не лучше рекордного, то дальнейший спуск не производится и осуществляется подъем на один уровень выше и выбор альтернативного пути;
2. Если на каком-либо шаге просмотра дерева находится новое решение, улучшающее предыдущее, оно объявляется рекордным, и все последующие сравнения производятся с ним.

### Численный пример для демонстрации работы метода

Пусть имеется эргатическая система, структурно-параметрическая модель которой содержит два гиперребра и выглядит следующим образом:

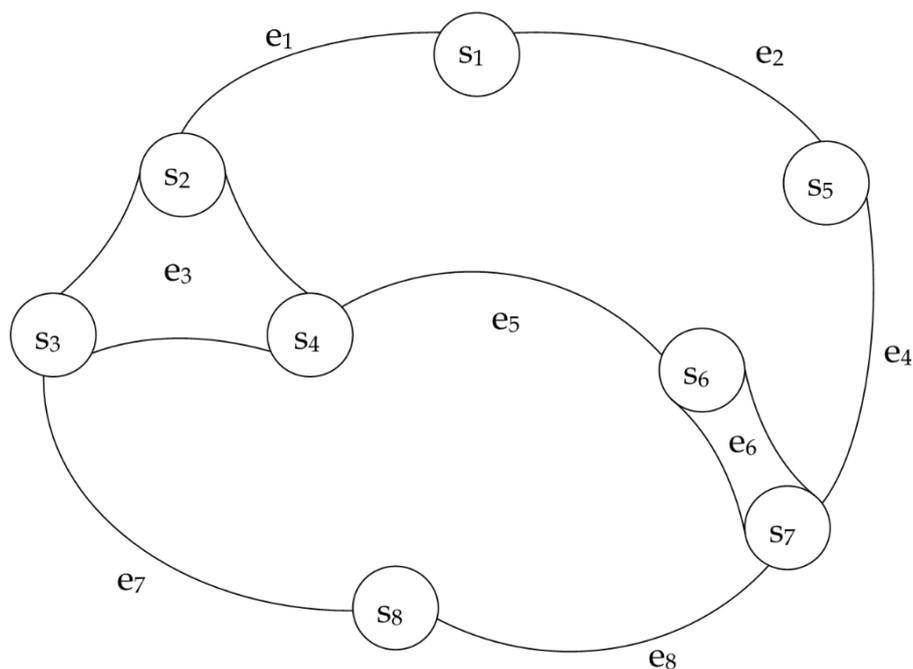


Рисунок 1 – Структурно-параметрическая модель условной эргатической системы  
 Figure 1 – Structural-parametric model of a conditional ergatic system

Для каждого элемента системы задана таблица альтернативных функций. Также заданы веса элементов и связей, а также важности каждой из альтернативных функций. Обозначенные выше данные представлены в таблицах 1 – 3.

Таблица 1 – Альтернативные функции элементов системы  
 Table 1 – Alternative functions of system elements

<b>S1</b>	<b>f<sub>11</sub></b>	<b>f<sub>12</sub></b>	<b>S5</b>	<b>f<sub>51</sub></b>	<b>f<sub>52</sub></b>
<i>e<sub>1</sub></i>	0	1	<i>e<sub>2</sub></i>	1	1
<i>e<sub>2</sub></i>	1	0	<i>e<sub>4</sub></i>	1	0
<b>S2</b>	<b>f<sub>21</sub></b>	<b>f<sub>22</sub></b>	<b>S6</b>	<b>f<sub>61</sub></b>	<b>f<sub>62</sub></b>
<i>e<sub>1</sub></i>	1	0	<i>e<sub>5</sub></i>	0	1
<i>e<sub>3</sub></i>	1	1	<i>e<sub>6</sub></i>	1	1
<b>S3</b>	<b>f<sub>31</sub></b>	<b>f<sub>32</sub></b>	<b>S7</b>	<b>f<sub>71</sub></b>	<b>f<sub>72</sub></b>
<i>e<sub>3</sub></i>	1	1	<i>e<sub>4</sub></i>	1	0
<i>e<sub>7</sub></i>	1	0	<i>e<sub>6</sub></i>	1	1
<b>S4</b>	<b>f<sub>41</sub></b>	<b>f<sub>42</sub></b>	<i>e<sub>8</sub></i>	0	1
<i>e<sub>3</sub></i>	1	1	<b>S8</b>	<b>f<sub>81</sub></b>	<b>f<sub>82</sub></b>
<i>e<sub>5</sub></i>	1	0	<i>e<sub>7</sub></i>	1	0
			<i>e<sub>8</sub></i>	0	1

Таблица 2 – Веса вершин и связей системы

Table 2 – Weights of vertices and weights of system connections

<b>S<sub>1</sub></b>	4	<b>e<sub>1</sub></b>	2
<b>S<sub>2</sub></b>	4	<b>e<sub>2</sub></b>	1
<b>S<sub>3</sub></b>	1	<b>e<sub>3</sub></b>	6
<b>S<sub>4</sub></b>	2	<b>e<sub>4</sub></b>	3
<b>S<sub>5</sub></b>	4	<b>e<sub>5</sub></b>	2
<b>S<sub>6</sub></b>	2	<b>e<sub>6</sub></b>	5
<b>S<sub>7</sub></b>	3	<b>e<sub>7</sub></b>	3
<b>S<sub>8</sub></b>	6	<b>e<sub>8</sub></b>	2

Таблица 3 – Важности альтернативных функций элементов системы

Table 3 – The importance of alternative functions of system elements

<b>f<sub>11</sub></b>	0,5	<b>f<sub>52</sub></b>	0,3
<b>f<sub>12</sub></b>	0,5	<b>f<sub>61</sub></b>	0,8
<b>f<sub>21</sub></b>	0,3	<b>f<sub>62</sub></b>	0,1
<b>f<sub>22</sub></b>	0,2	<b>f<sub>71</sub></b>	0,4
<b>f<sub>31</sub></b>	0,6	<b>f<sub>72</sub></b>	0,2
<b>f<sub>32</sub></b>	0,2	<b>f<sub>81</sub></b>	0,3
<b>f<sub>41</sub></b>	0,8	<b>f<sub>82</sub></b>	0,2
<b>f<sub>42</sub></b>	0,3	<b>f<sub>52</sub></b>	0,3
<b>f<sub>51</sub></b>	0,7	<b>f<sub>61</sub></b>	0,8

Для построения дерева решений необходимо найти значение вершины  $\Omega$ . Так,  $\alpha_{i_{\max}}(f_{it_i})$  находится из таблиц альтернативных функций и соответствует максимальному по важности  $f_{it_i}$  для каждого элемента системы.

Как можно заметить из значений, представленных в таблице 2, для указанного примера значение  $\Omega = 37,2$ .

Нахождение первичного решения и финального результата оптимизации представлены на рисунках 2 и 3.

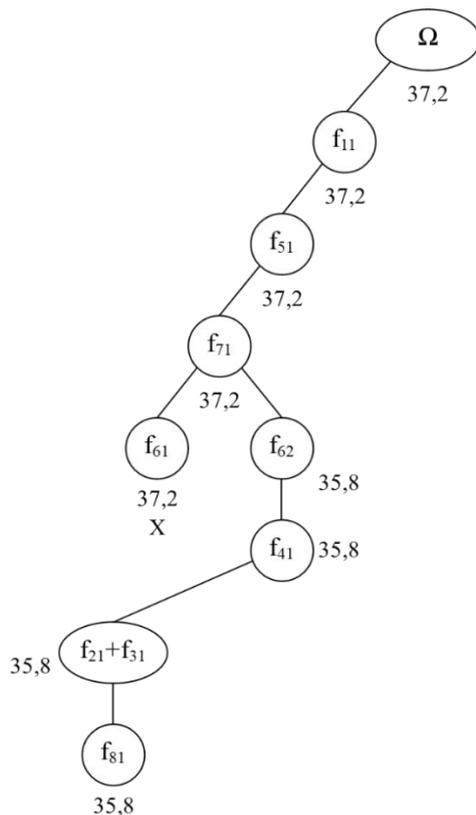


Рисунок 2 – Нахождение первичного решения  
 Figure 2 – Finding a primary solution

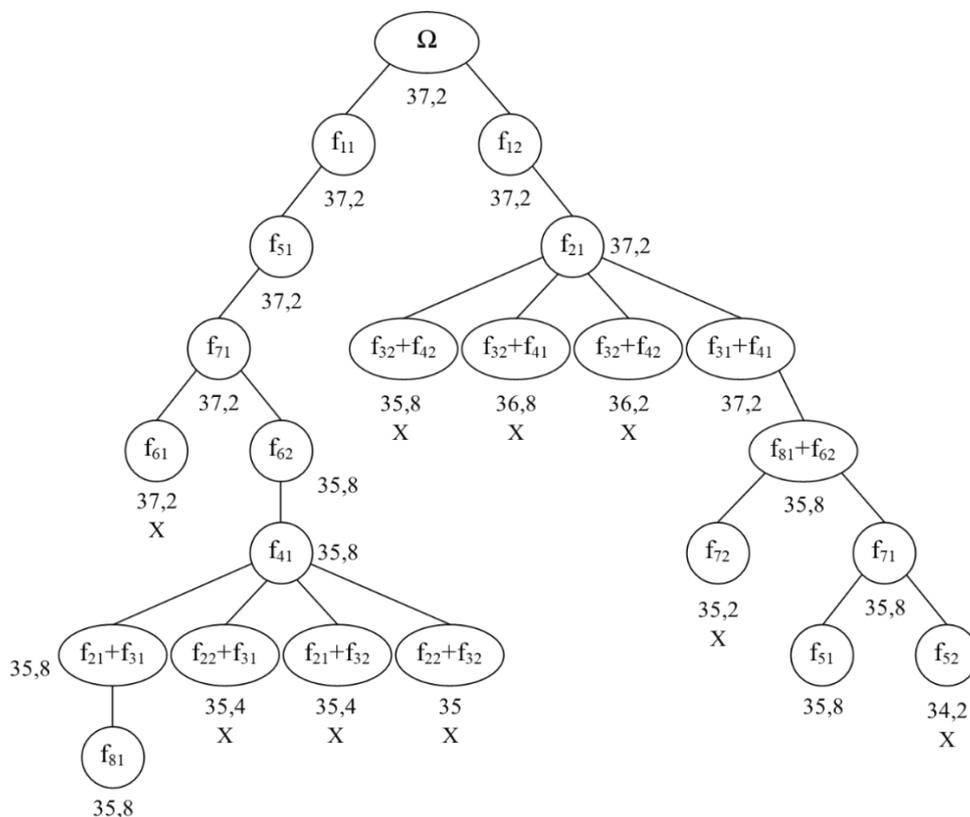


Рисунок 3 – Финальный результат оптимизации  
 Figure 3 – The final result of optimization

### Заключение

В работе представлены математическая модель и оптимизационный алгоритм выбора оптимального набора альтернативных функций для многофункциональных элементов эргатических систем, основанный на использовании схемы ветвей и границ, а также приведен численный пример оптимизации, иллюстрирующий работу представленного метода.

Дальнейшим развитием идей, изложенных в указанной статье, будет являться разработка методов оценки живучести эргатических систем рассмотренного вида при различных видах деструктивных воздействий на них.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Зверев Г.И. К вопросу об описании структурно-параметрической модели эргатических систем. *Общественная безопасность, законность и правопорядок в III тысячелетии*. 2019;5-2:145-147.
2. Меньших В.В., Самороковский А.Ф., Серeda Е.Н., Горлов В.В. Моделирование коллективных действий сотрудников органов внутренних дел: монография – Воронеж : Воронежский институт МВД России, 2017.
3. Зверев Г.И., Меньших В.В. Оптимизация выбора комбинации альтернативных функций многофункциональных элементов эргатических систем. *Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной научной конференции*. (Воронеж, 11-13 ноября 2019 г.) – Воронеж, 2019.
4. Zverev G.I., Menshikh V.V. Optimizing the selection of combination of alternative functions of ergatic system multifunctional elements. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series*. 1479 (2020), 012062 DOI:10.1088/1742-6596/1479/1/012062.
5. Зверев Г. И. Оценка эффективности функционирования эргатической системы при деструктивном воздействии. *Актуальные вопросы эксплуатации систем охраны и защищенных телекоммуникационных систем: сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции*. (Воронеж, 06 июня 2019 г.) – Воронеж, 2019
6. Меньших В.В., Зверев Г.И. Моделирование оценки живучести эргатических систем на основе использования взвешенных гиперграфов. *Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Труды XXI Международной конференции. В 2-х томах*. (Самара, 03-06 сентября 2019 г.)– Самара, 2019.
7. Menshikh V. V., Zverev G. I. Simulating the evaluation of survivability of ergatic systems based on the use of weighted hypergraphs. *2019 XXI International Conference Complex Systems: Control and Modeling Problems (CSCMP)*. Samara, Russia, 2019:541-544. DOI: 10.1109/CSCMP45713.2019.8976840.
8. Меньших В.В., Зверев Г.И. Об одном подходе к оценке живучести эргатических систем. *Информатика: проблемы, методология, технологии. Сборник материалов XIX международной научно-методической конференции*. (Воронеж, 14-15 февраля 2019 г.) – Воронеж, 2019:1138-1140.

### REFERENCES

1. Zverev G. I. On the description of the structural-parametric model of ergatic systems. *Public Security, Law and Order in the 3rd Millennium*. 2019;5-2:145-147.
2. Menshikh V.V., Samorokovskiy A. F., Sereda E.N., Gorlov V.V. Modeling the collective actions of employees of internal affairs bodies: a monograph.– Voronezh : Voronezh Institute of the Ministry of the Interior of Russia, 2017.

3. Zverev G.I., Menshikh V.V. Optimization of the choice of a combination of alternative functions of multifunctional elements of ergatic systems. *Actual problems of applied mathematics, computer science and mechanics: proceedings of the International Scientific Conference*. (Voronezh, November 11-13, 2019). 2019:807-809.
4. Zverev G.I., Menshikh V.V. Optimizing the selection of combination of alternative functions of ergatic system multifunctional elements. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series*. 1479 (2020), 012062, DOI:10.1088/1742-6596/1479/1/012062.
5. Zverev G.I. Evaluation of the effectiveness of the functioning of the ergatic system under destructive impact. *Actual issues of operation of security systems and secure telecommunication systems. Collection of materials of the All-Russian scientific-practical conference*. (Voronezh, June 06, 2019). 2019:142-143.
6. Menshikh V.V., Zverev G.I. Modeling the assessment of survivability of ergatic systems based on the use of weighted hypergraphs. *Problems of control and modeling in complex systems. Proceedings of the XXI International Conference. In 2 volumes*. (Samara, September 03-06, 2019). 2019:388-391.
7. Menshikh V.V., Zverev G.I. Simulating the evaluation of survivability of ergatic systems based on the use of weighted hypergraphs. *2019 XXI International Conference Complex Systems: Control and Modeling Problems (CSCMP)*. 2019:541-544, DOI: 10.1109/CSCMP45713.2019.8976840.
8. Zverev G.I., Menshikh V.V. On an approach to assess the survivability of ergatic systems. *Informatics: problems, methodology, technology. Collection of materials of the XIX international scientific and methodological conference* (Voronezh, February 14-15, 2019). 2019:1138-1140.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT AUTHORS

**Меньших Валерий Владимирович**, д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры математики и моделирования систем Воронежского института МВД России, Воронеж, Российская Федерация  
*e-mail*: [menshikh@list.ru](mailto:menshikh@list.ru)  
ORCID: [0000-0001-9235-4997](https://orcid.org/0000-0001-9235-4997)

**Menshikh Valeriy Vladimirovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of Chair of Mathematics and System Modeling of Voronezh Institute of the Ministry of the Interior of the Russian Federation, Voronezh, Russian Federation

**Зверев Георгий Игоревич**, научный сотрудник научно-исследовательского отдела Воронежского института МВД России, Воронеж, Российская Федерация  
*e-mail*: [georgiyzverev@gmail.com](mailto:georgiyzverev@gmail.com)  
ORCID: [0000-0001-7323-2425](https://orcid.org/0000-0001-7323-2425)

**Zverev Georgiy Igorevich**, Scientific employee of research department of Voronezh Institute of the Ministry of the Interior of the Russian Federation, Voronezh, Russian Federation