

УДК 004.724

DOI: [10.26102/2310-6018/2020.31.4.012](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2020.31.4.012)

## Математические модели процесса передачи данных в телекоммуникационных сетях с контрольными операциями

Д.А. Перепелкин, А.З. Нгуен, А.М. Фам

ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет  
имени В.Ф. Уткина», Рязань, Российская Федерация

**Резюме.** Целью настоящей работы является разработка математического обеспечения проектирования процесса передачи данных на основе метода коммутации пакетов с учетом контрольных операций, определяющихся функциональной зависимостью времени передачи пакетов в телекоммуникационных сетях. На основе метода коммутации пакетов передаваемое сообщение в узле отправителя разбивается на некоторые пакеты, передающиеся по некоторым маршрутам к узлу получателя. На каждом маршруте добавляются контрольные операции передаваемых пакетов и обратные сообщения или квитанции (контроль правильности передаваемых пакетов на маршрутах). Время контрольных операций определяется функциональной зависимостью случайных величин времени передачи пакета соответствующих маршрутов. Для получения распределения времени передачи контрольных сообщений и распределения времени на каждом маршруте предложено использовать теорию вычетов. На основе математических выражений предложена методика нахождения распределения времени начала сборки пакетов на узле получателя как максимальной из нескольких случайных величин времени передачи данных. Полученная плотность распределения времени передачи данных в сетях позволяет рассчитать функцию распределения времени сборки пакетов в узле получателя.

**Ключевые слова:** GERT-сети, случайная величина, плотность распределения вероятностей, контрольная операция, экспоненциальное распределение, линейная функциональная зависимость, теория вычетов, коммутация пакетов.

**Для цитирования:** Перепелкин Д.А., Нгуен А.З., Фам А.М. Математические модели процесса передачи данных в телекоммуникационных сетях с контрольными операциями. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2020;8(4). Доступно по:

<https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=858> DOI: 10.26102/2310-6018/2020.31.4.012

## Mathematical models of data transmission process in telecommunication networks with control operations

D.A. Perepelkin, A.D. Nguyen, A.M. Pham

Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin,  
Ryazan, Russian Federation

**Abstract:** The purpose of this work is to develop mathematical support for the design of the data transmission process based on the packet switching method, taking into account control operations determined by the functional dependence of the packet transmission time in telecommunication networks. Based on the packet switching method, the transmitted message at the source node was split into some packets that are transmitted along some routes to the destination node. On each route, control operations of transmitted packets and return messages or receipts (control of the correctness of transmitted packets on routes) were added. The time of control operations was determined by the functional dependence of the random variables of the packet transmission time of the corresponding routes. To obtain the distribution of the transmission time of control messages and the distribution of time on each route, it was proposed to use the theory of residues. On the basis of mathematical

expressions, a method is proposed for finding the distribution of the start time of packet assembly at the recipient's node as the maximum of several random variables of the data transmission time. The obtained distribution density of data transmission time in networks allows calculating the distribution function of the packet assembly time at the receiver's node.

**Keywords:** GERT networks, random variable, probability distribution density, check operation, exponential distribution, linear functional dependence, deduction theory, packet switching.

**For citation:** Perepelkin D.A., Nguyen A.D., Pham A.M. Mathematical models of data transmission process in telecommunication networks with control operations. *Modeling, optimization and information technology*. 2020;8(4). Available from: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=858> DOI: 10.26102/2310-6018/2020.31.4.012 (In Russ).

## Введение

Система коммутации – это комплекс оборудования, предназначенный для приема и распределения поступающей информации по направлениям связи [1].

В общем случае процесс коммутации может быть построен на двух основных принципах:

- 1) непосредственное соединение (коммутация каналов);
- 2) соединение с накоплением информации (коммутация пакетов).

Коммутация каналов подразумевает образование непрерывного составного физического канала из последовательно соединенных отдельных каналов для прямой передачи данных между узлами [1, 2, 6, 7]. Скорости передачи данных в каждом составляющих физических каналах равенства – это условие для физические каналы образуются единый физических каналов. Коммутаторы в сетях не должны буферизовать передаваемые данные, потому что скорости передачи данных равны. Коммутация каналов считается недостаточно эффективным способом коммутации, потому что канальная емкость частично расходуется на поддержание соединений, которые установлены, но (в настоящее время) не используются [1, 2].

Коммутация пакетов – это техника коммутации абонентов, которая была специально разработана для эффективной передачи компьютерного трафика [1, 4, 5]. Коммутаторы пакетной коммутации имеют внутреннюю буферную память для временного хранения пакетов, если выходной порт коммутатора в момент принятия пакета занят передачей другого пакета.

При коммутации пакетов передаваемые сообщения разбиваются в узле отправителя на сравнительные части, называемые пакетами. Сообщения могут иметь произвольную длину, например, от 46 до 1500 байт [4, 5]. В каждом пакете содержится заголовок, указывающий адресная информация, необходимая для доставки пакета к узлу получателя, а также номер пакета, использующий в узле получателя для сборки сообщения [8]. На Рисунке 1 представлена модель передачи сообщения с методом коммутации пакетов в сетях.

Основные преимущества использования метода коммутации пакетов:

- более эффективно используется пропускная способность каналов;
- абонент, использующий свой канал не полностью, фактически отдаёт пропускную способность сети остальным [2];
- снижение затрат эксплуатации сети.

При использовании метода коммутаций пакетов в сетях передачи данных методы обеспечения качества обслуживания позволяют одновременно передавать различные виды трафика, в том числе такие важные как телефонный и компьютерный. В настоящее время метод коммутации пакетов считается наиболее перспективными для построения

конвергентной сети, которая обеспечит комплексные качественные услуги для абонентов любого типа [4, 9].

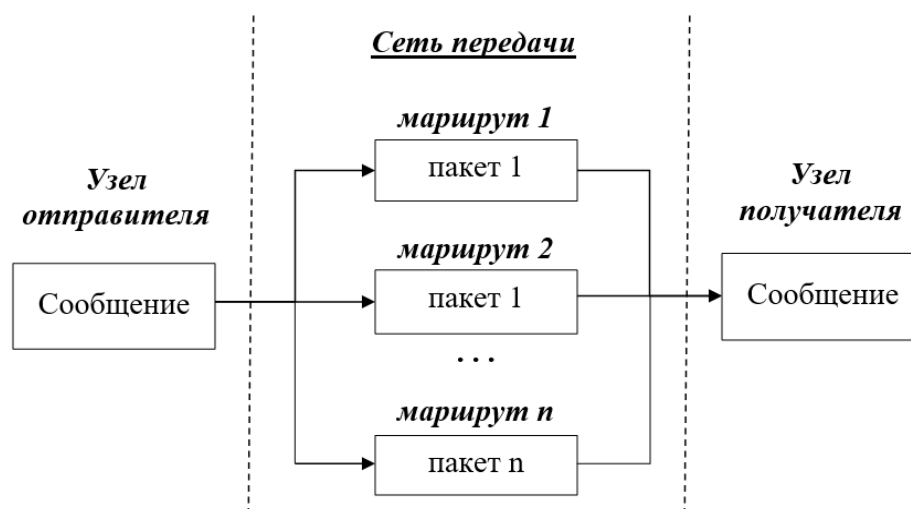


Рисунок 1 – Передача данных в сетях на основе метода коммутации пакетов  
 Figure 1 – Data transmission in packet-switched networks

Основным недостатком метода коммутации пакетов является возможность потери данных из-за переполнения внутренних буферов [4, 5, 6]. Для преодоления этого недостатка на каждом маршруте используются контрольные операции, задающиеся как функции случайных величин времени передачи данных на соответствующих маршрутах.

Целью настоящей работы является разработка математического обеспечения проектирования процесса передачи данных на основе метода коммутации пакетов с учетом контрольных операций, определяющихся функциональной зависимостью времени передачи пакетов в телекоммуникационных сетях.

### Материалы и методика

В данной статье рассматривается задача, в которой случайные величины времени контрольных операций определяются монотонной функциональной зависимостью от времени передачи данных в сетях.

Пусть имеется непрерывная случайная величина  $X$  с плотностью  $f(x)$ ; случайная величина  $Y$  выражается через случайную величину  $X$  функциональной зависимостью  $Y = \varphi(X)$ . Требуется найти закон распределения случайной величины  $Y$  [10, 12, 13]. Рассмотрим случай, когда функция строго монотонна, непрерывна и дифференцируема в интервале всех возможных значений случайной величины  $X$ . Функция распределения случайной величины  $Y$  определяется по формуле

$$G(y) = P\{Y < y\}$$

и плотность распределения вероятностей искомой случайной величины  $y$

$$g(y) = \frac{dG(y)}{dy} = f[\varphi(y)]\varphi'(y), \quad (1)$$

где  $\varphi(y) = x$  есть функция обратная функции  $\varphi(X) = Y$ ;  $g(y)$  – плотность распределения вероятностей случайной величины  $y$ .

Теперь найдем время реакции на активизацию входов сборки пакетов в узле получателя. Операция сборки пакетов начинается при активизации (срабатывании) обоих

входов узла получателя. Это типовая сборочная операция, в котором требуется дождаться данных со всех входных портов маршрутизатора прежде, чем передавать сообщение на выходной порт. В общем случае необходимо найти максимум нескольких случайных величин или  $\max \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\}$ , где  $n$  – число таких величин [11]. Плотность распределения времени передачи данных к процессу сборки пакетов определяется по формуле:

$$g(t) = \sum_{j=1}^n \frac{f_j(y) \prod_{i=1}^n F_i(y)}{F_j(y)},$$

где  $F_i(y)$  – функция распределения вероятностей случайной величины  $y$ .

### Экспериментальная часть

Рассмотрим процесс передачи сообщения в телекоммуникационных сетях с использованием метода коммутации пакетов. В узле отправителя сообщение разбивается на некоторые пакеты, передающие по двум маршрутам к узлу получателя. На каждом маршруте выполняются контрольные операции проверки правильности передачи данных и операция передачи обратных сообщений квитирования для контроля переданных пакетов. Необходимо найти распределение времени передачи данных начала сборки пакетов в сетях.

Время передачи данных на маршрутах распределены по экспоненциальному закону с параметром  $\lambda_1 = 1$  (для 1-го маршрута),  $\lambda_2 = 1,2$  (для 2-ого маршрута).

Время проверки передающих пакетов линейно зависит от времени передачи пакетов по соответствующим маршрутам:  $Y = X/5$ .

Время передачи обратного сообщения квитанции линейно зависит от времени передачи данных  $Y = X/5$  и вероятность этой операция равна 0,1.

Стохастическая модель представлена на Рисунке 2.

Разделим модели на GERT-сети первого и второго маршрута (Рисунки 3-4).

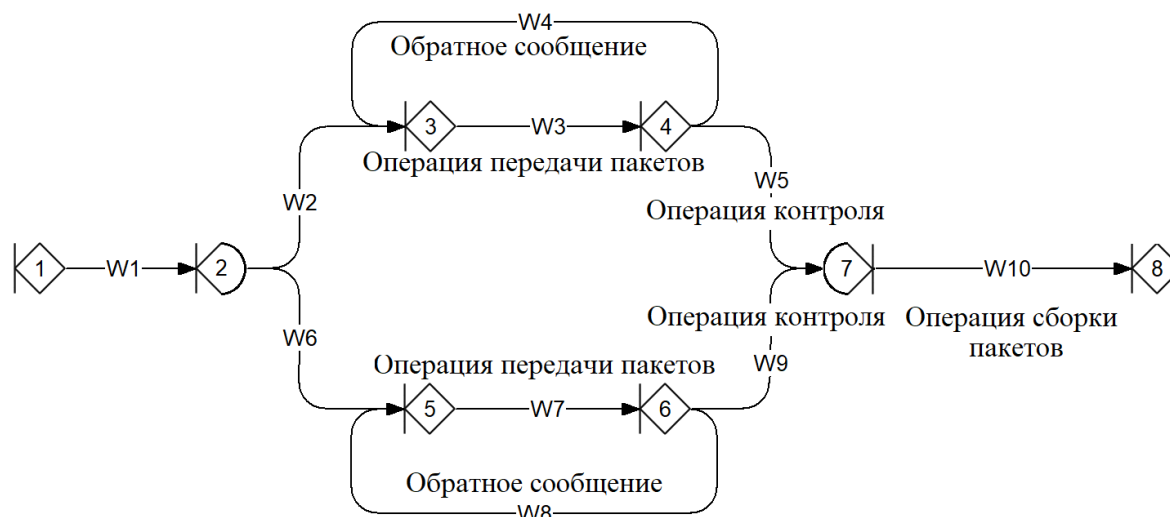


Рисунок 2 – Стохастическая модель передачи данных в сетях на основе метода коммутации пакетов

Figure 2 – Stochastic model of data transmission in networks based on the method of packet switching

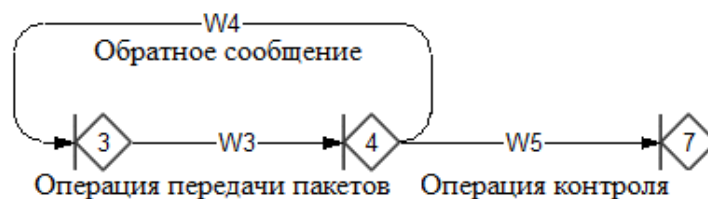


Рисунок 3 – GERT-сеть по первому маршруту  
 Figure 3 – GERT-network on the first route

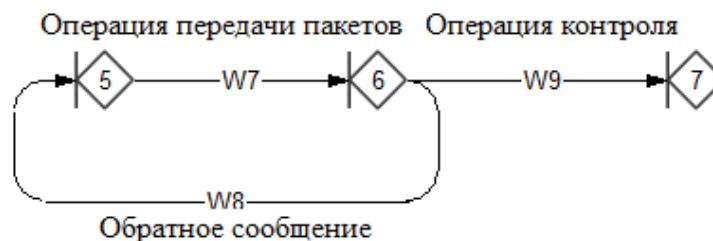


Рисунок 4 – GERT-сеть по второму маршруту  
 Figure 4 – GERT network on the second route

Найдем плотности распределения времени контрольных операций. По формуле (1) получаем:

$$g_1(y) = 5\lambda_1 e^{-\lambda_1 y} = 5e^{-5y}; g_2(y) = 5\lambda_2 e^{-5\lambda_2 y} = 6e^{-6y}.$$

Плотности распределения времени передачи обратных сообщений (квитанций) равны

$$k_1(y) = 5\lambda_1 e^{-\lambda_1 y} = 5e^{-5y}; k_2(y) = 5\lambda_2 e^{-5\lambda_2 y} = 6e^{-6y}.$$

Эквивалентная  $W$ -функция времени передачи пакетов первого маршрута равна:

$$W_E(s) = \frac{W_3 W_5}{1 - W_3 W_4};$$

$$W_E(s) = \frac{4,5}{s^2 - 6s + 4,5}.$$

Выполняя преобразование  $-s = z$ , получаем аналитическую функцию в левой полуплоскости, кроме изолированных особых точек, являющихся полюсами первого порядка. Для этой функции выполняются условия леммы Жордана.

$$\Phi_E(z) = \frac{4,5}{z^2 + 6z + 4,5}.$$

Плотность распределения вероятностей времени передачи файла

$$\varphi(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} e^{zt} \frac{4,5}{z^2 + 6z + 4,5} dz,$$

где интегрирование выполняется по контуру Бромвича.

В соответствии с основной теоремой алгебры всякая целая рациональная функция  $n$ -ой степени  $f(z) = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots + c_n z^n$ , ( $c_n \neq 0$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ) имеет  $n$  нулей (каждый нуль считается столько раз, какова его кратность).

Многочлен  $z^2 + 6z + 4,5$  имеет 2 корня, причем все первого порядка в левой полуплоскости в точках:  $z_1 = -5,12$ ,  $z_2 = -0,87$ .

В том случае, когда функция  $\Phi(z)$  имеет только полюсы первого порядка, выражение  $\exp(z t)\Phi(z)$  можно представить в виде

$$e^{z t} \Phi(z) = \frac{4,5 e^{z t}}{z^2 + 6z + 4,5} = \frac{\eta(z)}{\psi(z)}.$$

Тогда плотность распределения времени передачи файла первого маршрута равна

$$\varphi(t) = \sum_{k=1}^2 \operatorname{Res}_{z=z_k} [e^{z t} \Phi(z)] = \sum_{k=1}^2 \frac{\eta(z_k)}{\psi'(z_k)} = \sum_{k=1}^2 \frac{4,5 e^{z_k t}}{2z_k + 6}.$$

$$\varphi_1(t) = -1,06 e^{-5,12 t} + 1,05 e^{-0,87 t}$$

Функция распределения времени передачи пакетов первого маршрута

$$F_1(t) = -0,207(1 - e^{-5,12 t}) + 1,206(1 - e^{-0,87 t}).$$

Аналогично получаем плотность и функцию распределения времени передачи пакетов второго маршрута

$$\varphi_2(t) = -1,27 e^{-6,14 t} + 1,27 e^{-1,05 t}$$

$$F_2(t) = -0,207(1 - e^{-6,14 t}) + 1,209(1 - e^{-1,05 t})$$

Функция и плотность распределения вероятностей времени передачи данных в сетях к сборке пакетов на узле назначения считаются ниже:

$$G(y) = \prod_{i=1}^n F_i(y) = F_1(y)F_2(y),$$

$$\begin{aligned} G(y) &= \left[ -0,207(1 - e^{-5,12 t}) + 1,206(1 - e^{-0,87 t}) \right] \left[ -0,207(1 - e^{-6,14 t}) + 1,209(1 - e^{-1,05 t}) \right] \\ &= 1 + 0,207 e^{-6,14 t} + 1,209 e^{-1,05 t} - 1,206 e^{-5,12 t} - 0,042 e^{-11,26 t} + 0,25 e^{-6,17 t} - \\ &\quad - 1,206 e^{-0,87 t} - 0,24 e^{-7,01 t} + 1,45 e^{-1,12 t} \end{aligned}$$

$$g(t) = \sum_{j=1}^n \frac{f_j(y) \prod_{i=1}^n F_i(y)}{F_j(y)} = f_1(y)F_2(y) + f_2(y)F_1(y)$$

$$\begin{aligned} &= (-1,06 e^{-5,12 t} + 1,05 e^{-0,87 t}) \left[ -0,207(1 - e^{-6,14 t}) + 1,209(1 - e^{-1,05 t}) \right] + \\ &+ (-1,27 e^{-6,14 t} + 1,27 e^{-1,05 t}) \left[ -0,207(1 - e^{-5,12 t}) + 1,206(1 - e^{-0,87 t}) \right] \end{aligned}$$

$$= -1,5e^{-5,12t} + 1,48e^{-0,87t} - 0,56e^{-11,26t} + 0,22e^{-7,01t} + 1,02e^{-6,17t} - \\ - 1,28e^{-1,92t} - 1,79e^{-6,14t} + 1,79e^{-1,05t}$$

Соответствующие графики функции и плотности распределения времени передачи данных в сетях приведены на Рисунках 4-5.

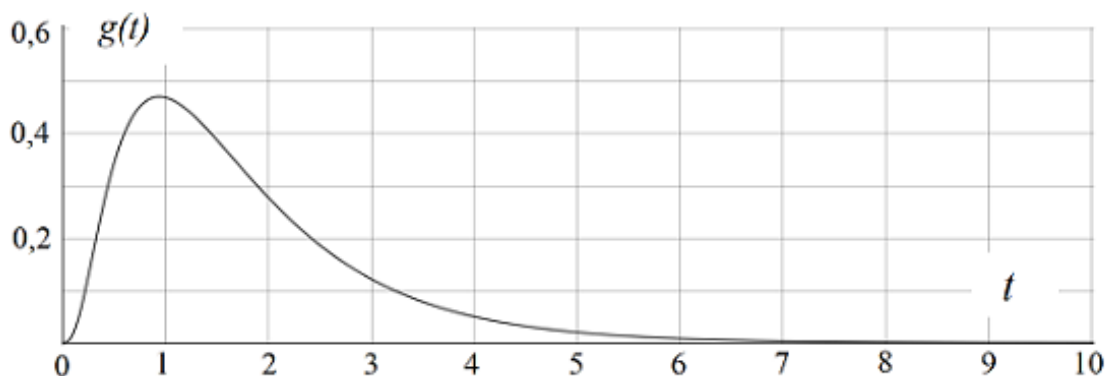


Рисунок 5 – Плотность распределения времени передачи данных в сетях  
 Figure 5 – Density of distribution of data transmission time in networks

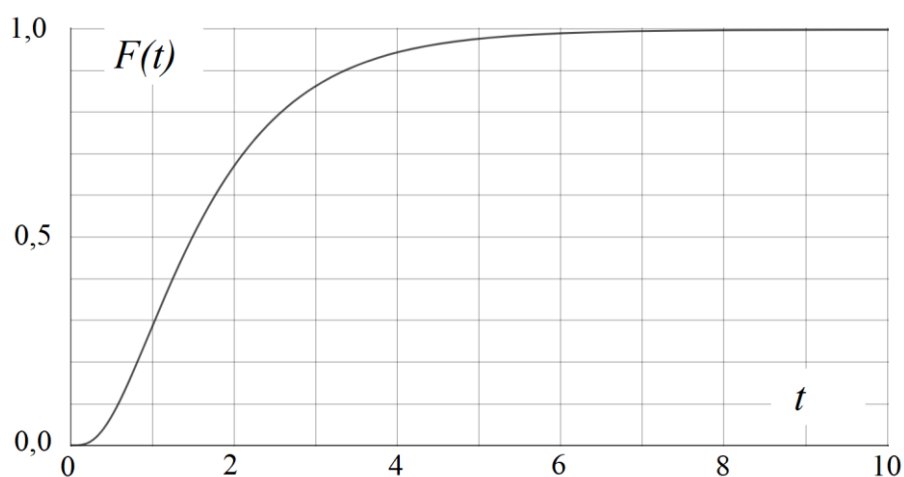


Рисунок 6 – Функция распределения времени передачи данных в сетях  
 Figure 6 – Time distribution function for data transmission in networks

Плотность распределения времени передачи пакетов в сетях с использованием метода коммуникации пакетов можно использовать для расчета времени процесса сборки пакетов в узле получателя.

Путь времени сборки пакетов зависит от времени передачи данных в сетях по выражению  $Y = \sqrt[3]{X}$ . Тогда обратная функция  $\phi(y) = y^3$ . Значение модуля производной от этой функции равно  $|3y^2|$ . По формуле (1) получаем плотности распределения времени сборки пакетов:

$$\varphi(t) = |3y^2|g(y^3)$$

$$\varphi(y) = \left| 3y^2 \left( -1,5e^{-5,12y^3} + 1,48e^{-0,87y^3} - 0,56e^{-11,26y^3} + 0,22e^{-7,01y^3} + 1,02e^{-6,17y^3} - \right. \right. \\ \left. \left. - 1,28e^{-1,92y^3} - 1,79e^{-6,14y^3} + 1,79e^{-1,05y^3} \right) \right|$$

График плотности распределения времени сборки пакетов  $\varphi(y)$  представлен на Рисунке 7.

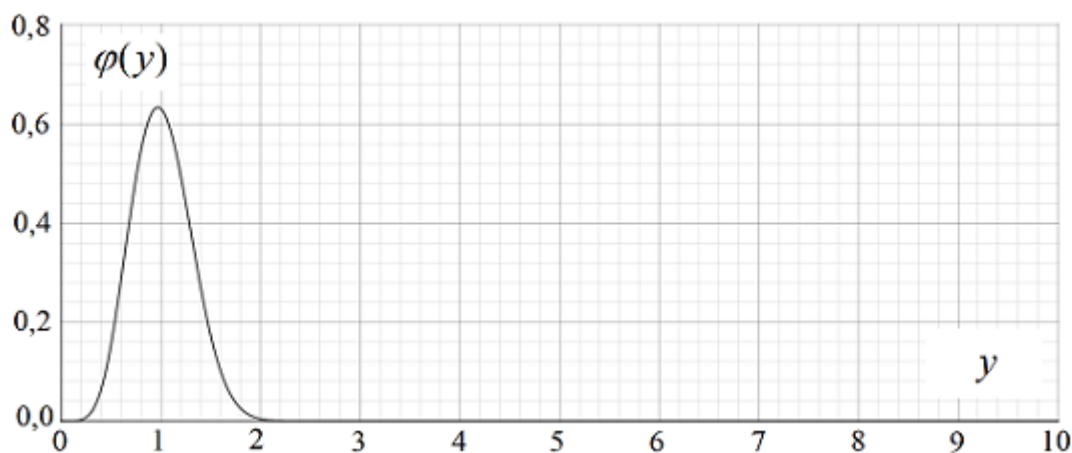


Рисунок 7 – Плотность распределения времени сборки пакетов на узле получателя  
 Figure 7 – Density of distribution of packet assembly time at the receiving site

### Заключение

В статье предложены математические модели расчета времени передачи данных в телекоммуникационных сетях с контрольными операциями. Время контрольных операций в сети рассчитывалось на основе теории вычетов. В работе предложена методика нахождения распределения максимальной из нескольких случайных величин для расчета времени передачи данных на входе сборки. Полученные математические выражения могут быть использованы в телекоммуникационных сетях с целью уменьшения задержки передачи данных.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ МД-1826.2019.9.*

### ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдштейн Б.С. Системы коммутации. Учебник для вузов. М.: БХВ-Петербург. 2004:316.
2. Roberts L.G. The evolution of packet switching. *Proceedings of the IEEE. iss. on packet communication networks, no. 11 (November)*. 1978;66:1307-1313.
3. Берлин А.Н. Коммутация в системах и сетях связи. М.: Эко-Тредз. 2006:344.
4. Васин Н.Н. Технологии пакетной коммутации: Учебник. Санкт-Петербург: Лань. 2019:284.
5. Мизин И.Д., Богатырев В.А., Кулешов А.П. Сети коммутации пакетов. М.: Радио и связь. 1986:410.
6. Абилов А.В. Сети связи и системы коммутации: Учеб. Пособие для вузов. М.: Радио и связь. 2004:288.
7. Князева Г.В. Исследование проблем объединения технологий Ethernet и АТМ при построении локальных вычислительных сетей. *Вестник Волжского университета им. В.Н. Татищева*. 2011;17:140-150.



8. Волхонский В., Волковицкий В. Цифровые системы ТВ-наблюдения. *Безопасность. Достоверность. Информация*. 2009;85:38-47.
9. Мишин В.А., Рыжий В.М. Выбор оптимального соотношения способов коммутации на транспортной сети. *Техника и технология*. 2012;3:41.
10. Филипс Д., Гарсиа-Диас А. Методы анализа сетей. М.: Мир. 1984:496.
11. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М: Высшая школа. 2000:480.
12. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Высшая школа. 1999:576.
13. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М.: Наук. Гл. ред. физ. -мат. лит. 1971:100.

## REFERENCES

1. Goldstein B.S. Switching systems. Textbook for universities. M.: BHV-Petersburg. 2004:316.
2. Roberts L.G. The evolution of packet switching. *Proceedings of the IEEE. iss. on packet communication networks, no. 11 (November)*. 1978;66:1307-1313.
3. Berlin A.N. Switching in communication systems and networks. M.: Eco-Trends. 2006:344.
4. Vasin N.N. Packet switching technologies: Textbook. St. Petersburg: Lan. 2019:284.
5. Mizn I.D., Bogatyrev V.A., Kuleshov A.P. Packet switching networks. M.: Radio and communication. 1986:410.
6. Abilov A.V. Communication networks and switching systems: Textbook. Manual for universities. M.: Radio and communication. 2004:288.
7. Knyazeva G.V. Bulletin of the Volga University them V.N. Tatishcheva. Study of problems combining technologies of ethernet and atm in the construction of local networks. 2011;17:140-150.
8. Volkhonsky V., Volkovitsky V. Digital TV surveillance systems. Safety. Credibility. Information. 2009;85:38-47.
9. Mishin V.A., Ryzhiy V.M. Selection of the optimal ratio of switching methods on the transport network. *Technique & technology*. 2012;3:41.
10. Phillips D., Garcia-Diaz A. Network analysis methods. M.: Mir. 1984:496.
11. Ventzel E.S., Ovcharov L.A. Probability theory and its engineering applications. M: Higher school. 2000:480.
12. Wentzel E.S. Probability theory. M.: Higher school. 1999:576.
13. Gnedenko B.V. Probability theory course. M.: Nauk. Ch. ed. physical -mat. lit. 1971:100.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Перепелкин Дмитрий Александрович, Perepelkin Dmitry Alexandrovich**, Doctor of Technical Science, Professor, Department of Computer-Aided Design Systems, Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Ryazan, Russian Federation.  
e-mail: [dmitryperpelkin@mail.ru](mailto:dmitryperpelkin@mail.ru)  
ORCID: [0000-0003-4775-5745](https://orcid.org/0000-0003-4775-5745)

**Нгуен Ань Зунг, аспирант, кафедра САПР ВС, Nguyen Anh Dung**, PhD Student, Department of Computer-Aided Design Systems, Ryazan State

радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина», Рязань, Российская Федерация.  
*e-mail:* [nguyendunganh1306@yandex.ru](mailto:nguyendunganh1306@yandex.ru)  
ORCID: [0000-0002-3695-4557](https://orcid.org/0000-0002-3695-4557)

Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Ryazan, Russian Federation.

**Фам Ань Минь**, аспирант, кафедра САПР ВС, ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина», Рязань, Российская Федерация.  
*e-mail:* [phamanhminh231@gmail.com](mailto:phamanhminh231@gmail.com)  
ORCID: [0000-0002-3055-3568](https://orcid.org/0000-0002-3055-3568)

**Pham Anh Minh**, PhD Student, Department of Computer-Aided Design Systems, Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Ryazan, Russian Federation