

УДК 621.391

DOI: [10.26102/2310-6018/2021.32.1.008](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2021.32.1.008)

Анализ спектрально эффективных схем модуляции, применяемых в высокоскоростных системах радиосвязи

К.С. Новосадов

*Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Будённого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация*

Резюме: Лавинообразный рост количества источников информации требует соответствующего увеличения пропускной способности каналов и линий связи. Однако с учетом физико-географических условий Российской Федерации не всегда существует возможность развития наземной инфраструктуры связи. При значительном удалении оконечных устройств от стационарной сети электросвязи для передачи требуемого объема информации целесообразно использовать широкополосные системы радиосвязи. В настоящее время в России и во всем мире создаются высокоскоростные спутниковые системы связи в Ka/Q -диапазонах частот с использованием космических аппаратов (КА) на геостационарной орбите. Эти системы обслуживают обширные территории, предоставляя абонентам сервисы широкополосного доступа к удаленным инфокоммуникационным ресурсам. Достигается это за счет применения на КА многолучевых антенн, что обеспечивает высокую эквивалентную изотропно-излучаемую мощность и добротность приемных систем КА в зонах обслуживания абонентов, и тем самым создаются условия для использования абонентами относительно простых терминалов. Кроме того, одним из способов повышения пропускной способности радиолиний различного назначения является использование спектрально эффективных цифровых методов передачи. Так по каналам стандарта $DVB-S2$, используемого в каналах спутниковой связи прямого направления, применяется амплитудно-фазовая манипуляция ($APSK$). В статье предлагается вывод математического выражения для расчета вероятности появления ошибок некодированного сигнала $16APSK$ и $32APSK$. Аналитические результаты выражены относительно параметра отношения сигнал/шум на символ (E_s/N_0), что позволяет осуществлять прогноз качества радиоканала к передаче информации и готовности прямого направления радиолиний высокоскоростной спутниковой системы связи.

Ключевые слова: амплитудно-фазовая модуляция, сигнальное созвездие, детектирование сигналов, вероятность ошибки, радиосвязь

Для цитирования: Новосадов К.С. Анализ спектрально эффективных схем модуляции, применяемых в высокоскоростных системах радиосвязи. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2021;9(1). Доступно по: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=896> DOI: 10.26102/2310-6018/2021.32.1.008

Analysis of spectrally efficient modulation schemes used in high-speed radio communication systems

K.S. Novosadov

*Military academy of communication of Marshall of the Soviet Union S. M. Budyonny,
Saint Petersburg, Russian Federation*

Abstract: Significant growth of the number of information sources requires an appropriate increase in the channel and communication links capacity. However, with consideration of the physical and geographical conditions of the Russian Federation, it is not always possible to develop a terrestrial communication infrastructure. If the terminal devices are located at a significant distance from the fixed telecommunication network, it is advisable to use broadband radio systems to transmit the required amount of information. Currently, high-speed Ka/Q-band satellite systems are being created in Russia and around the world using geostationary communication satellites. These systems serve wide areas, providing subscribers with broadband access services to remote information and telecommunication resources. This is achieved through the use of multibeam antennas, which provide a highly effective isotropic radiated power and quality factor of the satellite receiving antennas in extended coverage areas, and thus creates conditions for the use of relatively simple subscribers terminals. Besides, one of the ways to increase the capacity of radio links for various purposes is to use spectrally efficient digital transmission methods. Thus, DVB-S2 channels, used in the forward satellite links use amplitude phase shift keying (APSK). In this paper, we obtain mathematical expressions for calculating the error probability of uncoded 16APSK and 32APSK signals. The analytical results are interpreted in terms of the signal-to-noise ratio (E_s/N_0), which allows forecasting the quality of radio channel for data transmission and forward satellite link availability of high-speed satellite communication systems.

Keywords: amplitude phase shift keying, constellation diagram, signal detection, error probability, radiocommunication.

For citation: Novosadov K.S. Analysis of spectrally efficient modulation schemes used in high-speed radio communication systems. *Modeling, optimization, and information technology*. 2021;9(1). Available from: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=896> DOI: 10.26102/2310-6018/2021.32.1.008 (In Russ).

Введение

В современной технической литературе можно найти многочисленные результаты, которые рассматривают аналитические методы для нахождения вероятности появления ошибок распространенных методов модуляции, таких как *FSK*, *PSK* и *QAM* [1, 2, 3, 4]. Вместе с тем, в основных источниках отечественной и зарубежной литературы отсутствуют выражения для нахождения вероятности битовой (символьной) ошибки от параметра E_s/N_0 для сигналов с амплитудно-фазовой модуляцией *APSK*.

В начале статьи представлена общая характеристика сигнального созвездия *APSK*. Далее приводятся выражения для нахождения вероятности ошибки по символам (*SER*) и вероятности ошибки по битам (*BER*) для *16APSK* и *32APSK*. Результаты математической модели проверяются моделированием в среде *Simulink MathLab*.

Сигнальное созвездие *APSK*

Основной особенностью сигнального созвездия *APSK* является круговое расположение передаваемых символов на некотором множестве концентрических колец. В качестве базового набора точек созвездия используется *QPSK* с радиусом R_1 . Для образования сигнального созвездия *16APSK*, используются две окружности с радиусами R_1 и R_2 . На внешней окружности, как показано на Рисунке 1, равномерно распределены 12 символов. Соотношение внешнего и внутреннего радиусов обозначается через коэффициент радиуса γ :

$$\gamma = \frac{R_2}{R_1}. \quad (1)$$

В соответствии с [5] для стандарта *DVB-S2* $\gamma \in [2.57; 3.15]$. Различные значения коэффициента радиуса используются для оптимизации пропускной способности прямого канала при использовании различных сигнально-кодовых конструкций.

Средняя энергия символа для *16APSK*, в предположении, что энергия символа равномерно распределена между всеми символами созвездия определяется:

$$E_s = \frac{1}{4}(1R_1^2 + 3R_2^2) = \frac{1}{4}(1 + 3\gamma^2)R_1^2 = \alpha_0 R_1^2. \quad (2)$$

где параметр $\alpha_0 = \frac{1}{4}(1 + 3\gamma^2)$.

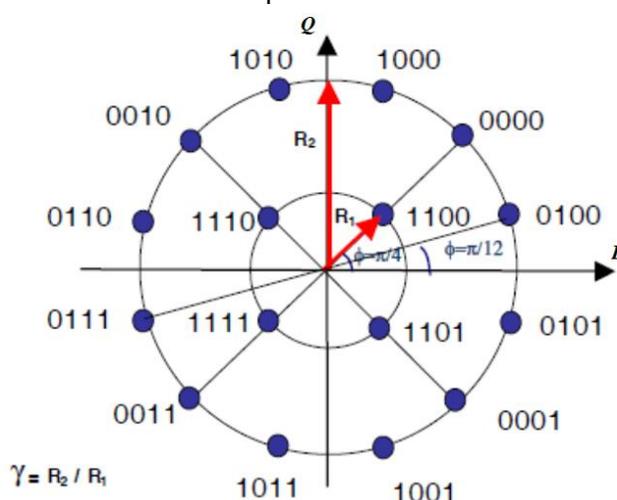


Рисунок 1 – Диаграмма созвездий для *16APSK*
Figure 1 – Constellation diagram for *16APSK*

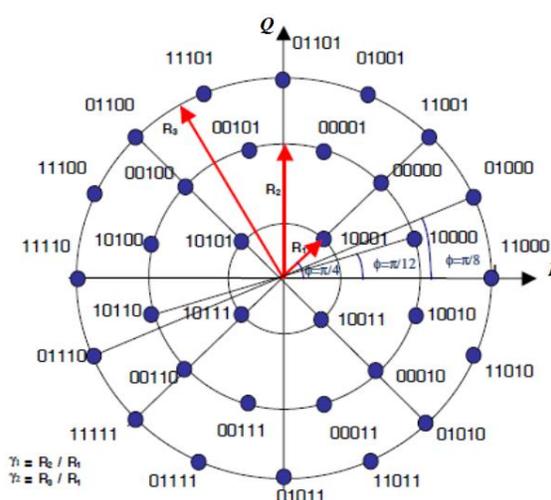


Рисунок 2 – Диаграмма созвездий для *32APSK*
Figure 2 – Constellation diagram for *32APSK*

Сигнальное созвездие *32APSK*, образуется добавлением третьей окружности радиусом R_3 к созвездию *16APSK*, с размещенными на ней 16 сигнальными точками. Соответствующее сигнальное созвездие приведено на Рисунке 2. Соотношения между радиусами для *32APSK* обозначаются через коэффициенты γ_1 и γ_2 :

$$\gamma_1 = \frac{R_2}{R_1}, \quad \gamma_2 = \frac{R_3}{R_1}. \quad (3)$$

В соответствии с [5] для стандарта *DVB-S2* $\gamma_1 \in [2.53; 2.84]$, $\gamma_2 \in [4.30; 5.27]$. Среднюю энергию символа для *32APSK* можно определить аналогично (2).

$$E_s = \frac{1}{8}(1R_1^2 + 3R_2^2 + 4R_3^2) = \frac{1}{8}(1 + 3\gamma_1^2 + 4\gamma_2^2)R_1^2 = \alpha_1 R_1^2. \quad (4)$$

где $\alpha_1 = \frac{1}{8}(1 + 3\gamma_1^2 + 4\gamma_2^2)$.

Вероятность ошибки по символам

Вероятность появления ошибочных символов/битов является очень важным параметром по которому производят оценку возможности передачи информации по каналу связи. Вероятность ошибки в общем случае равна сумме вероятностей всех возможностей ее появления.

Стоит отметить, что вероятность ошибки и скорость возникновения ошибки – несколько разные понятия [4]. Тем не менее, их численные значения близки и, ведя речь про вероятность ошибки, всегда подразумевают скорость возникновения ошибки, так как это физическая величина, регистрируемая измерительными приборами. Точно так же мы будем поступать и в данном случае.

Вероятность ошибки по символам $SEER$ при M -арной модуляции, задается как [3]:

$$P(E) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P(E|s_i) \leq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1, j \neq i}^M P(s_i \rightarrow s_j). \quad (5)$$

где E обозначает событие ошибки, выражение $P(s_i \rightarrow s_j)$ означает вероятность того, что переданный символ s_i на приеме ошибочно определяется как s_j . Так как вероятность появления ошибки в одном символе не исключает появления ошибок в других, то такие события называются совместными.

Совместную вероятность ошибки $P(s_i \rightarrow s_j)$ можно выразить через Гауссов интеграл ошибок (Q -функцию) и евклидово расстояние $d_{i,j}$ между символами s_i и s_j [6]:

$$P(s_i \rightarrow s_j) = Q\left(\frac{d_{i,j}}{\sqrt{2N_0}}\right).$$

где N_0 – спектральная плотность мощности шума.

SEER 16APSK

Из диаграммы созвездий для 16APSK (смотри Рисунок 3) нетрудно заметить, что она имеет свойство симметрии. Исходя из этого, достаточно исследовать только четыре символа в какой-либо четверти созвездия, и далее обобщить полученные выражения на все созвездие.

Рассмотрим символы, находящиеся в первой четверти сигнального созвездия. Выражение для определения $SEER$ для 16APSK можно записать следующим образом:

$$P(E) = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} P(E|s_i) = \frac{1}{4} [P(E|s_1) + P(E|s_5) + P(E|s_6) + P(E|s_7)]. \quad (7)$$

Вместе с тем, необходимо отметить, что в выражении (7) и далее примем, что вероятность совместного появления нескольких ошибок находится в области низких значений и далее ее учитывать не будем.

Очевидно, что $P(E|s_5) = P(E|s_7)$.

Найдем неизвестные составляющие уравнения (7).

Найдем вероятность $P(E|s_1)$. Так как символ s_1 может быть ошибочно определен для любого из оставшихся 15 символов, итоговое значение вероятности ошибочного приема для оставшихся 15 символов определяется:

$$P(E|s_1) = \sum_{i=2}^{16} P(s_1 \rightarrow s_i). \quad (8)$$

Однако (8) не учитывает области принятия решений при детектировании созвездия, что искажает аналитический результат по сравнению с фактическим измерением. Включим в (8) только необходимые условия ошибки, как показано на Рисунке 3.

Цветными линиями на Рисунке 3 обозначены границы принятия решений для $P(s_j|s_1)$, а затененная область, ограниченная этими линиями, представляет собой область принятия решения для символа s_1 . Таким образом для символа s_1 достаточно учесть лишь пять возможных ошибок детектирования: s_2, s_4, s_5, s_6, s_7 чтобы получить максимальное значение вероятности ошибки для этого символа, так как добавление любых других состояний приводит к избыточным областям, которые уже включены в затененную область.

Таким образом из (8) получаем:

$$\begin{aligned} P(E|s_1) &= P(s_1 \rightarrow s_2) + P(s_1 \rightarrow s_4) + P(s_1 \rightarrow s_5) + P(s_1 \rightarrow s_6) + P(s_1 \rightarrow s_7) = \\ &= Q\left(\frac{d_{1,2}}{\sqrt{2N_0}}\right) + Q\left(\frac{d_{1,4}}{\sqrt{2N_0}}\right) + Q\left(\frac{d_{1,5}}{\sqrt{2N_0}}\right) + Q\left(\frac{d_{1,6}}{\sqrt{2N_0}}\right) + Q\left(\frac{d_{1,7}}{\sqrt{2N_0}}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

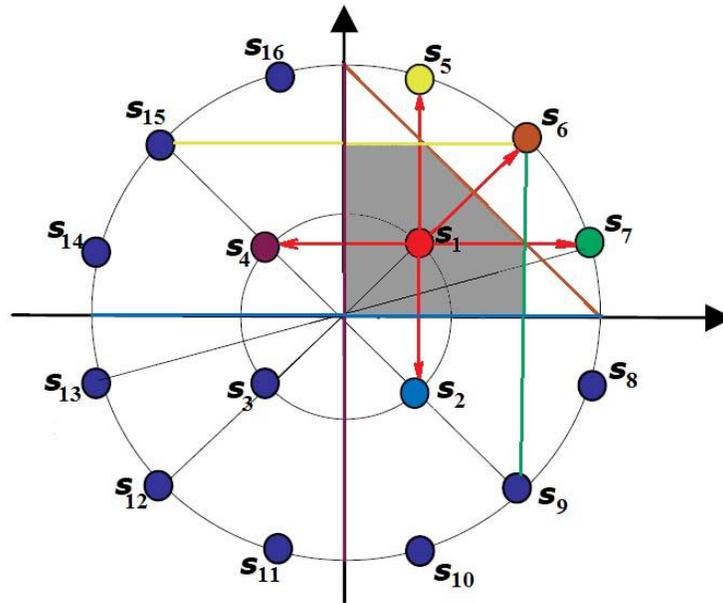


Рисунок 3 – Область принятия решений для символа s_1 16APSK
Figure 3 – Detection error region for symbol s_1 for 16APSK

Аналогично можно показать, что достаточно включить три совместных вероятности ошибочного приема как для $P(E|s_5)$, так и для $P(E|s_6)$:

$$P(E|s_5) = P(s_5 \rightarrow s_1) + P(s_5 \rightarrow s_6) + P(s_5 \rightarrow s_{16}) = Q\left(\frac{d_{5,1}}{\sqrt{2N_0}}\right) + Q\left(\frac{d_{5,6}}{\sqrt{2N_0}}\right) + Q\left(\frac{d_{5,16}}{\sqrt{2N_0}}\right). \quad (10)$$

$$P(E|s_6) = P(s_6 \rightarrow s_1) + P(s_6 \rightarrow s_5) + P(s_6 \rightarrow s_7) = Q\left(\frac{d_{6,1}}{\sqrt{2N_0}}\right) + Q\left(\frac{d_{6,5}}{\sqrt{2N_0}}\right) + Q\left(\frac{d_{6,7}}{\sqrt{2N_0}}\right). \quad (11)$$

Подставим (9), (10), (11) в (7) и используя равенство евклидовых расстояний $d_{1,5} = d_{1,7}$, $d_{1,4} = d_{1,2}$ и $d_{5,6} = d_{7,6} = d_{5,16}$, получим значение вероятности ошибки по символам *SER* для 16APSK:

$$P(E) = Q\left(\frac{d_{1,5}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\frac{d_{1,6}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\frac{d_{1,4}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{3}{2}Q\left(\frac{d_{5,6}}{\sqrt{2N_0}}\right). \quad (12)$$

Используем геометрические свойства созвездия 16APSK и выразим евклидовы расстояния через значения радиусов окружностей R_1 и R_2 :

$$d_{1,4} = R_1\sqrt{2}, \quad d_{1,5} = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - R_1R_2}, \quad d_{1,6} = R_2 - R_1, \quad d_{5,6} = \left(2\sin\frac{\pi}{12}\right)R_2. \quad (13)$$

Подставим выражения (1), (2) и (13) в (12) и приведем к виду, удобному для анализа относительно параметра E_s/N_0 :

$$P(E) = Q\left(\sqrt{\frac{\gamma^2 - \gamma + 1}{2\alpha_0} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{(\gamma - 1)^2}{2\alpha_0} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{1}{\alpha_0} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{3}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2\gamma^2 \sin^2 \frac{\pi}{12}}{\alpha_0} \frac{E_s}{N_0}}\right). \quad (14)$$

Необходимо отметить, что в (14) и далее для численного расчета, параметр E_s/N_0 необходимо перевести из дБ в разы.

Полученное значение вероятности появления символьной ошибки для коэффициента радиуса $\gamma = 2.57$ приведен на Рисунке 4.

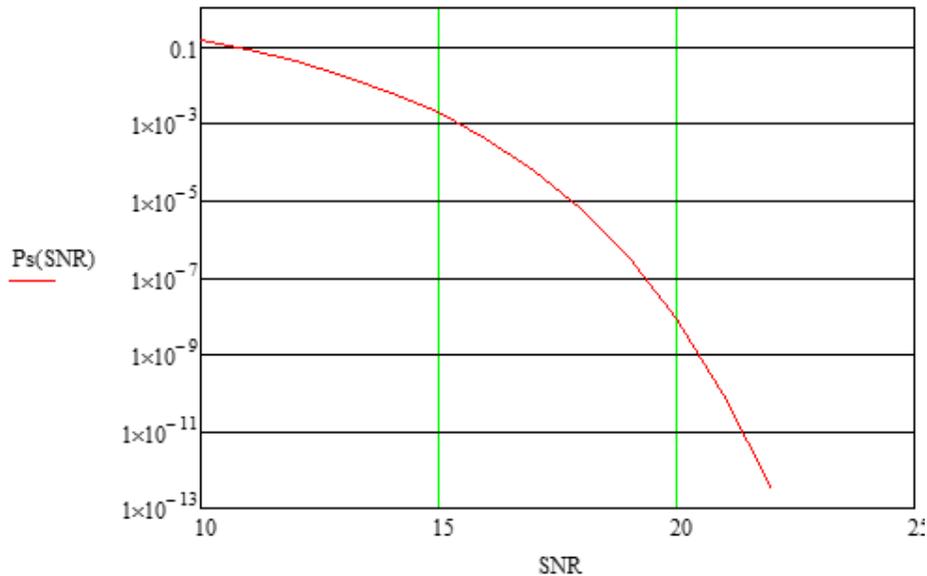


Рисунок 4 – Зависимость вероятности появления символьной ошибки от параметра E_s/N_0 для 16APSK при $\gamma = 2.57$
Figure 4 – Symbol error rates for 16APSK in terms of the SNR E_s/N_0 for $\gamma = 2.57$

SER 32APSK

Как и в случае 16APSK, рассмотрим сигнальные точки первой четверти и запишем выражение для определения SER для 32APSK следующим образом:

$$P(E) = \frac{1}{8}[P(E|s_1) + P(E|s_5) + P(E|s_6) + P(E|s_7) + P(E|s_{17}) + P(E|s_{18}) + P(E|s_{19}) + P(E|s_{20})]. \quad (15)$$

Очевидно, что $P(E|s_5) = P(E|s_7)$, $P(E|s_{18}) = P(E|s_{20})$.

Исключим перекрывающиеся области принятия решений созвездия.

На Рисунке 5 показано, что при передаче символа s_1 при ошибочном детектировании возможно появление символов: s_2, s_4, s_5, s_6, s_7 . Аналогично можно оценить и переходы для оставшихся символов первой четверти созвездия.

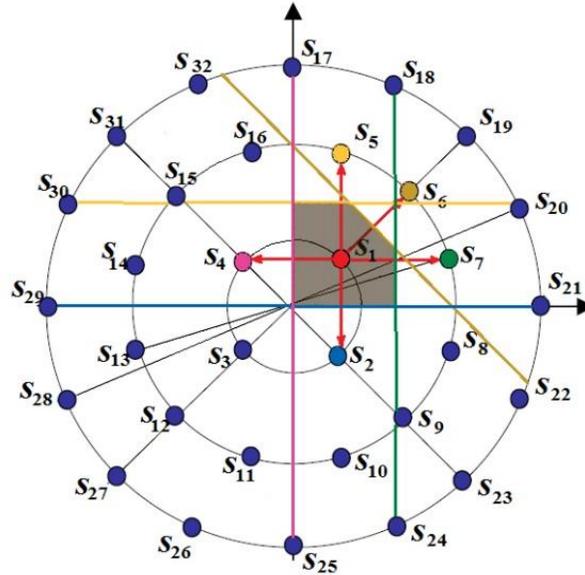


Рисунок 5 – Область принятия решений для символа s_1 32APSK
Figure 5 – Detection error region for symbol s_1 for 32APSK

В слагаемых из (15) рассмотрим только возможные переходы:

$$\begin{aligned} P(E|s_1) &= P(s_1 \rightarrow s_7) + P(s_1 \rightarrow s_6) + P(s_1 \rightarrow s_5) + P(s_1 \rightarrow s_4) + P(s_1 \rightarrow s_2), \\ P(E|s_6) &= P(s_6 \rightarrow s_1) + P(s_6 \rightarrow s_7) + P(s_6 \rightarrow s_5) + P(s_6 \rightarrow s_{19}), \\ P(E|s_7) &= P(s_7 \rightarrow s_1) + P(s_7 \rightarrow s_6) + P(s_7 \rightarrow s_{21}) + P(s_7 \rightarrow s_{20}) + P(s_7 \rightarrow s_8), \\ P(E|s_{17}) &= P(s_{17} \rightarrow s_{16}) + P(s_{17} \rightarrow s_{32}) + P(s_{17} \rightarrow s_5) + P(s_{17} \rightarrow s_{18}), \\ P(E|s_{19}) &= P(s_{19} \rightarrow s_6) + P(s_{19} \rightarrow s_{20}) + P(s_{19} \rightarrow s_{18}), \\ P(E|s_{20}) &= P(s_{20} \rightarrow s_7) + P(s_{20} \rightarrow s_{21}) + P(s_{20} \rightarrow s_{19}). \end{aligned} \quad (16)$$

Используя равенство евклидовых расстояний $d_{1,5} = d_{1,7}$, $d_{1,2} = d_{1,4}$, $d_{7,6} = d_{6,5} = d_{5,16}$, $d_{17,16} = d_{17,5}$ и $d_{17,32} = d_{17,18} = d_{19,18} = d_{19,20}$ получаем выражение для SER для 32APSK:

$$\begin{aligned}
 P(E) = & \frac{1}{2}Q\left(\frac{d_{1,7}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{4}Q\left(\frac{d_{1,6}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{4}Q\left(\frac{d_{1,4}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{3}{4}Q\left(\frac{d_{7,6}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \\
 & + \frac{1}{2}Q\left(\frac{d_{7,20}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{4}Q\left(\frac{d_{6,19}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\frac{d_{17,5}}{\sqrt{2N_0}}\right) + Q\left(\frac{d_{17,18}}{\sqrt{2N_0}}\right).
 \end{aligned} \tag{17}$$

Евклидовы расстояния между сигнальными точками можно определить из диаграммы созвездий используя геометрические соотношения:

$$\begin{aligned}
 d_{1,7} = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - R_1 R_2}, \quad d_{1,6} = R_2 - R_1, \quad d_{1,4} = R_1 \sqrt{2}, \quad d_{7,6} = \left(2 \sin \frac{\pi}{12}\right) R_2, \\
 d_{7,20} = \sqrt{R_2^2 + R_3^2 - 2R_2 R_3 \cos \frac{\pi}{24}}, \quad d_{6,19} = R_3 - R_2, \\
 d_{17,5} = \sqrt{R_2^2 + R_3^2 - 2R_2 R_3 \cos \frac{\pi}{12}}, \quad d_{17,18} = R_3 \sqrt{2 \left(1 - \cos \frac{\pi}{8}\right)}.
 \end{aligned} \tag{18}$$

Подставим (3), (4) и (18) в (17), найдем аналитическое выражение для нахождения *SER* через параметр E_s/N_0 для 32APSK:

$$\begin{aligned}
 P(E) = & \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{\gamma_1^2 - \gamma_1 + 1}{2\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{4}Q\left(\sqrt{\frac{(\gamma_1 - 1)^2}{2\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{4}Q\left(\sqrt{\frac{1}{\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{3}{4}Q\left(\sqrt{\frac{2\gamma_1^2 \sin^2 \frac{\pi}{12}}{\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \\
 & + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1 \gamma_2 \cos \frac{\pi}{24}}{2\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{4}Q\left(\sqrt{\frac{(\gamma_2 - \gamma_1)^2}{2\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1 \gamma_2 \cos \frac{\pi}{12}}{2\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \\
 & + Q\left(\sqrt{\frac{\gamma_2^2 \left(1 - \cos \frac{\pi}{8}\right)}{\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right).
 \end{aligned} \tag{19}$$

Полученное значение вероятности появления символьной ошибки при 32APSK с коэффициентами радиуса $\gamma_1 = 2.53$ и $\gamma_2 = 4.30$ приведен на Рисунке 6.

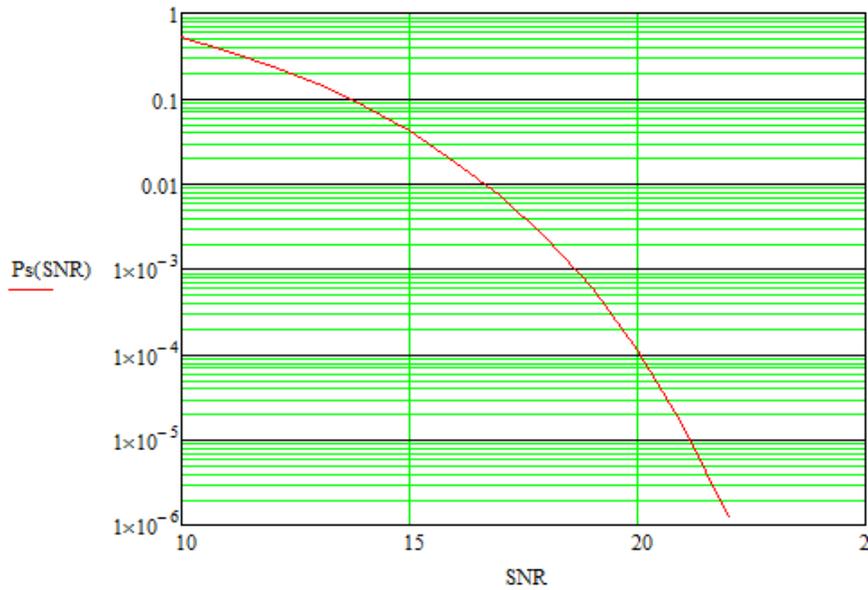


Рисунок 6 – Зависимость вероятности появления символьной ошибки от параметра E_s/N_0 для 32APSK при $\gamma_1 = 2.53$ и $\gamma_2 = 4.30$

Figure 6 – Symbol error rates for 32APSK in terms of the SNR E_s/N_0 for $\gamma_1 = 2.53$, $\gamma_2 = 4.30$

Вероятность битовой ошибки

Выражения (14) и (19) для SE_R могут быть преобразованы в выражения для приближенного вычисления вероятности битовых ошибок (BER). Однако, необходимо обратить внимание на то, что в отличие от созвездия $QPSK$, кодированного кодом Грея, в котором соседние пары символов отличаются лишь в одном бите, в созвездии $APSK$ для некоторых соседних символов (например, $s_1 = 1100$ и $s_6 = 0000$) отличие составляет более одного бита. Для двух символов s_i и s_j , различающихся k -битами, совместная вероятность битовой ошибки для M -APSK может быть аппроксимирована $P_b(s_j|s_i) \approx \frac{k}{\log_2 M} Q\left(\frac{d_{i,j}}{\sqrt{2N_0}}\right)$.

Исходя из этого, для нахождения BER для 16APSK, умножим слагаемые из правой часть (12) на 1/4, 2/4, 1/4, и 1/4, соответственно:

$$P_b \approx \frac{1}{4} Q\left(\frac{d_{1,5}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{4} Q\left(\frac{d_{1,6}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{8} Q\left(\frac{d_{1,4}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{3}{8} Q\left(\frac{d_{5,6}}{\sqrt{2N_0}}\right). \quad (20)$$

С учетом (13) запишем (20) относительно параметра E_s/N_0 :

$$P_b \approx \frac{1}{4} Q\left(\sqrt{\frac{\gamma^2 - \gamma + 1}{2\alpha_0} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{4} Q\left(\sqrt{\frac{(\gamma - 1)^2}{2\alpha_0} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{8} Q\left(\sqrt{\frac{1}{\alpha_0} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{3}{8} Q\left(\sqrt{\frac{2\gamma^2 \sin^2 \frac{\pi}{12}}{\alpha_0} \frac{E_s}{N_0}}\right). \quad (21)$$

Для нахождения BER 32APSK умножим слагаемые из правой части (17) на 1/5, 2/5, 1/5, 1/5, 2/5, 3/5, 1/5 и 1/5, соответственно:

$$P_b \approx \frac{1}{10} Q\left(\frac{d_{1,7}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{10} Q\left(\frac{d_{1,6}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{20} Q\left(\frac{d_{1,4}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{3}{20} Q\left(\frac{d_{7,6}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{5} Q\left(\frac{d_{7,20}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{3}{20} Q\left(\frac{d_{6,19}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{10} Q\left(\frac{d_{17,5}}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{1}{5} Q\left(\frac{d_{17,18}}{\sqrt{2N_0}}\right). \quad (22)$$

С учетом (18) запишем (22) относительно параметра E_s/N_0 :

$$P_b \approx \frac{1}{10} Q\left(\sqrt{\frac{\gamma_1^2 - \gamma_1 + 1}{2\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{10} Q\left(\sqrt{\frac{(\gamma_1 - 1)^2}{2\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{20} Q\left(\sqrt{\frac{1}{\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{3}{20} Q\left(\sqrt{\frac{2\gamma_1^2 \sin^2 \frac{\pi}{12}}{\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{5} Q\left(\sqrt{\frac{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_2 \cos \frac{\pi}{24}}{2\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{3}{20} Q\left(\sqrt{\frac{(\gamma_2 - \gamma_1)^2}{2\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{10} Q\left(\sqrt{\frac{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 - 2\gamma_1\gamma_2 \cos \frac{\pi}{12}}{2\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right) + \frac{1}{5} Q\left(\sqrt{\frac{\gamma_2^2 \left(1 - \cos \frac{\pi}{8}\right)}{\alpha_1} \frac{E_s}{N_0}}\right). \quad (23)$$

Графики зависимости вероятности появления битовых ошибок от E_s/N_0 представлены на Рисунке 7.

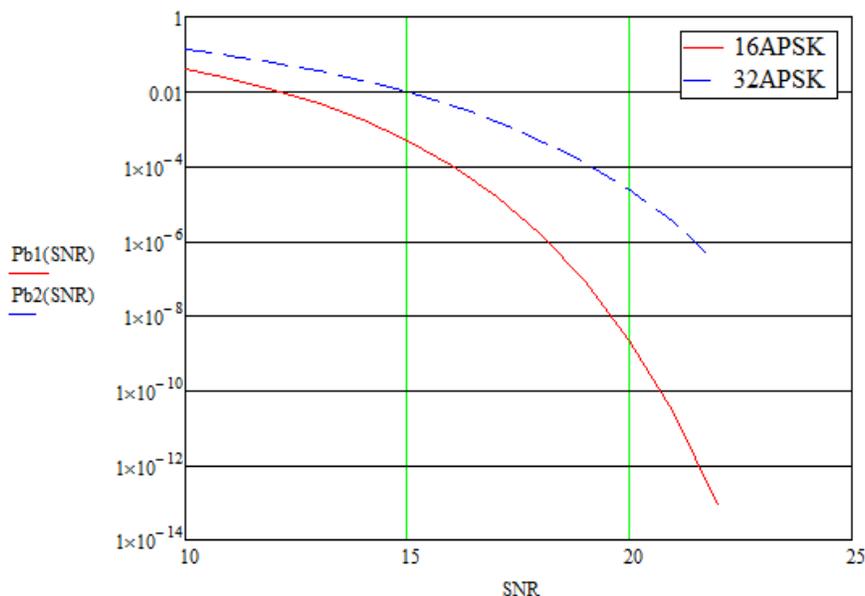


Рисунок 7 – Вероятность битовых ошибок для 16APSK и 32APSK
Figure 7 – Bit error rates for 16APSK and 32APSK

Подтверждение модели

Проверка адекватности аналитического выражения для нахождения вероятности ошибки по битам производится моделированием в *Simulink*. На Рисунке 8 приведена используемая модель.

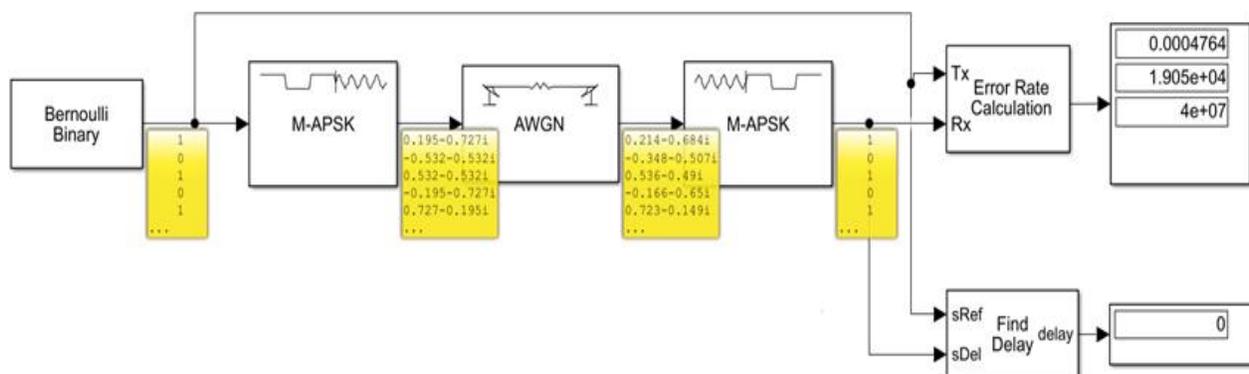


Рисунок 8 – Модель канала в среде Simulink
 Figure 8 – Channel model in the Simulink environment

Из графиков, представленных на Рисунках 9, 10 видно, что полученная математическая модель достаточно точно предсказывает появление битовых ошибок в *AWGN*-канале в диапазоне значений отношения сигнал/шум E_s/N_0 от 10 до 20 дБ.

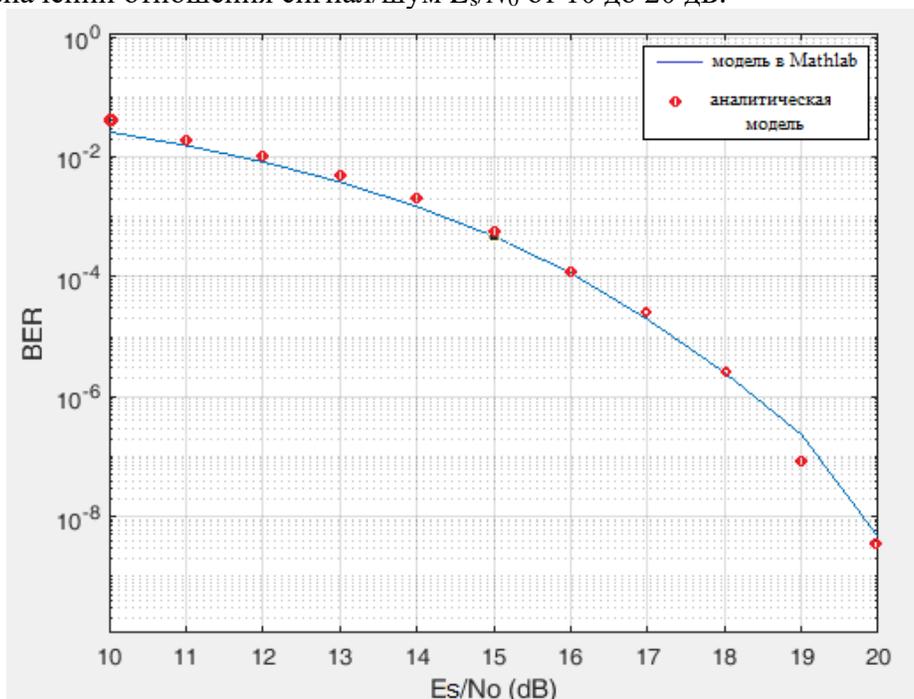


Рисунок 9 – Проверка модели для 16APSK
 Figure 9 – Model verification for 16APSK

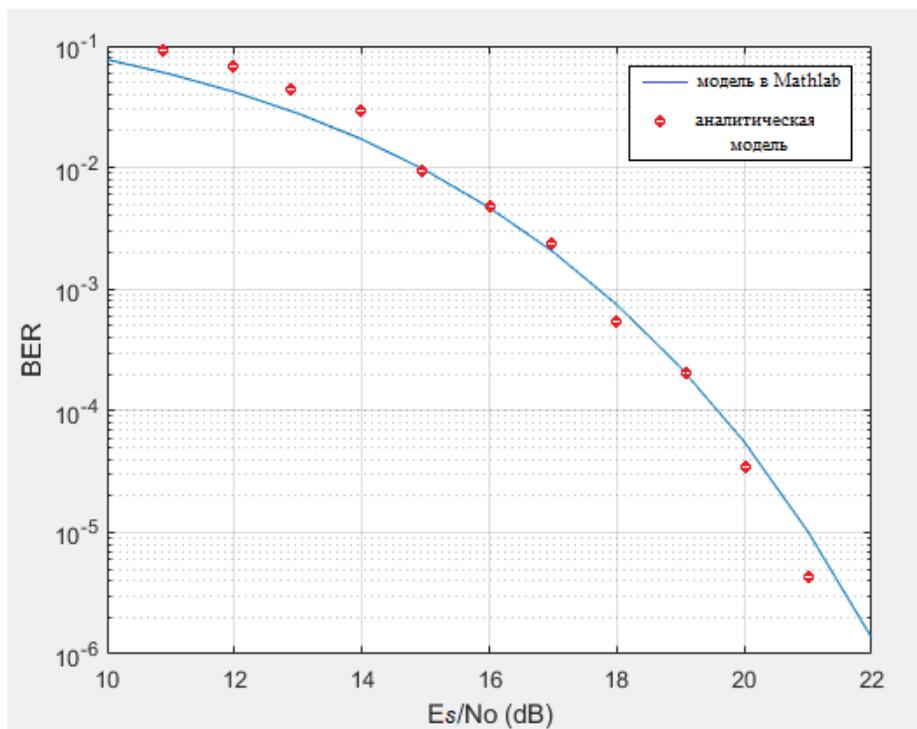


Рисунок 10 – Проверка модели для 32APSK
Figure 10 – Model verification for 32APSK

Заключение

В статье аналитически получены выражения для нахождения вероятности появления битовых ошибок для модуляции 16APSK и 32APSK, используемых в DVB-S2. Сравнение с результатами моделирования показало, что полученные выражения достаточно точно описывают данные моделирования в среде *Simulink MathLab* в широком диапазоне отношения E_s/N_0 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Sklar B. *Digital communications: Fundamentals and Applications*. 2nd ed. Los Angeles: Prentice Hall PTR; 2001.
2. Голдсмит А. *Беспроводные коммуникации*. Москва: Техносфера; 2011.
3. Rodger Z. *Introduction to digital communication*. 2nd ed. London: Pearson; 2000.
4. Песков С.Н., Ищенко А.Е. Расчет вероятности ошибки в цифровых каналах связи. *Телеспутник*. 2010;11(181):70–75.
5. European Telecommunications Standard Institute. ETSI EN 302 307 V1.2.1. *Digital Video Broadcasting (DVB). Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for broadcasting, interactive services, news gathering and other broadband satellite applications (DVB-S2)*. Sophia Antipolis: ETSI; 2009.
6. Волков Л.Н., Немировский М.С., Шинаков Ю.С. *Системы цифровой радиосвязи: базовые методы и характеристики*. Москва: Эко-Трендз; 2005.

REFERENCES

1. Sklar B. *Digital communications: Fundamentals and Applications*. 2nd ed. Los Angeles: Prentice Hall PTR; 2001.
2. Goldsmith A. *Wireless Communications*. Cambridge: Cambridge University Press; 2005.
3. Rodger Z. *Introduction to digital communication*. 2nd ed. London: Pearson; 2000.
4. Peskov S.N., Ishenko A.E. Raschet veroyatnosti oshibki v cifrovyyh kanalah svyazi. *Telesputnik*. 2010;11(181):70–75. (In Russ)
5. European Telecommunications Standard Institute. ETSI EN 302 307 V1.2.1. *Digital Video Broadcasting (DVB). Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for broadcasting, interactive services, news gathering and other broadband satellite applications (DVB-S2)*. Sophia Antipolis: ETSI; 2009.
6. Volkov L.N., Nemirovsky M.S., Shinakov Y.S. *Sistemy cifrovoj radiosvazi: bazovye metody i harakteristiki*. Moscow: Eko-trendz; 2005. (In Russ)

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Новосадов Кирилл Сергеевич, адъюнкт,
Военная академия связи им. Маршала
Советского Союза С.М. Буденного, Санкт-
Петербург, Российская Федерация.
e-mail: x-bruk@mail.ru

Kirill S. Novosadov, PhD student, Military
academy of communication of Marshall of the
Soviet Union S.M. Budyonny, Saint Petersburg,
Russian Federation.