

УДК 51-74

DOI: [10.26102/2310-6018/2022.36.1.016](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2022.36.1.016)

## Проведение численных экспериментов для оценки характеристик обнаружения на математической модели радиолокационной станции

А.А. Щукин , А.Е. Павлов

*МИРЭА - Российский технологический университет»,  
Москва, Российская Федерация  
[shchukin.a.a@edu.mirea.ru](mailto:shchukin.a.a@edu.mirea.ru)*

**Резюме:** Задача обнаружения и наблюдения объектов была и остается актуальной по сегодняшний день. Одна из важнейших задач развития радиолокации – улучшение распознавания целей, которого можно добиться двумя способами. Во-первых, установкой более мощных радиолокационных систем, что весьма дорогостояще и трудновыполнимо в условиях ограниченного пространства, например, на самолетах. И во-вторых, качество принимаемого сигнала можно улучшить с помощью математических методов, что позволяет значительно сэкономить на установке дополнительного оборудования. Одной из основных проблем распознавания является тот факт, что по получаемому радарной системой сигналу бывает затруднительно определить количество и угловое расположение целей. Данную проблему можно решить с помощью вейвлет-преобразования. Этот метод позволяет преодолеть критерий Рэлея, то есть дает возможность получить угловое сверхразрешение (преодолеть классический дифракционный предел пространственного разрешения, сфокусированного линзой изображения, составляющего величину менее половины длины волны излучения). В статье на математической модели радиолокационной станции представлены результаты численных экспериментов по достижению сверхразрешения алгебраическими методами при значительном уровне шумов. Рассматривается пригодность использования различных типов вейвлетов, а именно, вейвлет Хаара, симметричный вейвлет Хаара, и Wave-вейвлет.

**Ключевые слова:** вейвлет-преобразование, компьютерное моделирование, сверхразрешение, поиск целей, имитационная модель.

**Для цитирования:** Щукин А.А., Павлов А.Е. Проведение численных экспериментов для оценки характеристик обнаружения на математической модели радиолокационной станции. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*. 2022;10(1). Доступно по: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=968> DOI: 10.26102/2310-6018/2022.36.1.016

## Conducting numerical experiments to evaluate detection characteristics with the aid of a mathematical radar model

А.А. Shchukin , А.Е. Pavlov

*MIREA – Russian Technological University,  
Moscow, Russian Federation  
[shchukin.a.a@edu.mirea.ru](mailto:shchukin.a.a@edu.mirea.ru)*

**Abstract:** The task of detecting and observing targets has always been relevant. One of the most important objectives of radar development is to improve target recognition. There are two ways to achieve this – firstly, the installation of more powerful radar systems, which is very expensive and hard to implement under the conditions of limited space, for example, on airplanes; secondly, the quality of the received signal can be enhanced with the aid of mathematical methods, which allows to considerably

save on setting up additional equipment. One of the main problems of recognition is the fact that the number and angular location of targets can be difficult to determine from the signal received by the radar system. This problem can be addressed by employing a wavelet transform. This method enables to overcome the Rayleigh criterion, that makes it possible to obtain an angular super-resolution (to surmount the classical diffraction limit of the spatial resolution of an image focused by a lens that is less than half the radiation wavelength). The article uses a mathematical model of a radar station to present the results of numerical experiments to achieve super-resolution by means of algebraic methods at a significant noise level. We examine the suitability of utilizing different types of wavelets, namely the Haar wavelet, the symmetric Haar wavelet, and the Wave wavelet.

**Keywords:** wavelet transform, computer modeling, super-resolution, target search, simulation model.

**For citation:** Shchukin A.A. , Pavlov A.E. Conducting numerical experiments to evaluate detection characteristics with the aid of a mathematical radar model. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2022;10(1). Available from: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=968> DOI: 10.26102/2310-6018/2022.36.1.016 (In Russ).

## Введение

При работе радаров на значительных дальностях, т. е. при малых отношениях сигнал/шум, могут возникнуть затруднения в определении количества и углового расположения наблюдаемых целей. Существуют различные способы получения углового сверхразрешения – метод Кейпона, метод темлового шума, MUSIC (MULTiple SInal Classification), ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariant Techniques), и др. Но такие методы, как MUSIC и ESPRIT используют узкополосные сигналы, и не эффективны при использовании широкополосных и сверхширокополосных сигналов (UWB - Ultra-Wide Band). Многие из этих методов не являются достаточно эффективными и универсальными, так как при отношении сигнал/шум менее 20 дБ возникают ошибки в решении. Также далеко не все перечисленные методы позволяют решать двумерные задачи. В статье представлена математическая модель получаемого радаром импульсного сигнала, отраженного от двойной цели, и предложена цифровая обработка сигнала, позволяющая достичь углового сверхразрешения этих целей в режиме реального времени.

## Постановка задачи

Принимаемый сигнал при сканировании представляет собой интеграл свертки:

$$U(a) := \int_{\Omega} F(a - x) \times I(x) dx, \quad (1)$$

где  $F(x)$  – диаграмма направленности (ДН) системы наблюдения,

$\Omega$  – область расположения источника,

$I(x)$  – угловое распределение амплитуды источника сигнала, которое подлежит определению.

Целью исследования является разработка алгоритмов цифровой обработки сигналов для получения углового сверхразрешения.

Задача исследования – восстановить угловые распределения амплитуды отраженного сигнала по измеренному сигналу  $U(a)$  и известным характеристикам угломерной системы. Для этого необходимо получить приближенное решение линейного интегрального уравнения Фредгольма первого рода типа свертки (1).

Получение углового сверхразрешения с помощью цифровой обработки  $U(a)$  представляет собой решение обратной задачи.

При обработке использовано вейвлет-преобразование [1-4]. Для выявления влияния характера используемого вейвлета на конечный результат использованы 3 типа материнских вейвлетов:

- Вейвлет Хаара, как наиболее простой тип вейвлета для дальнейшего сравнения;
- Симметричный вейвлет Хаара для выявления влияния на результат увеличения размера ненулевой величины при использовании негладких вейвлетов;
- Wave-вейвлет для выявления преимуществ использования гладких вейвлетов.

Для оценки качества результата будет проверяться возможность алгоритма преодолеть критерий Рэлея при получении сверхразрешения.

### Методы, используемые в исследовании

Для задания модели двойной цели, представленной на Рисунке 1, была использована синусоидальная функция (2), где  $a$  – угол в радианах [5-6].

$$I(a) := \text{if}(|a| < 0.2, 100 \cdot \sin(19.5 \cdot a)^{80}, 0) \quad (2)$$

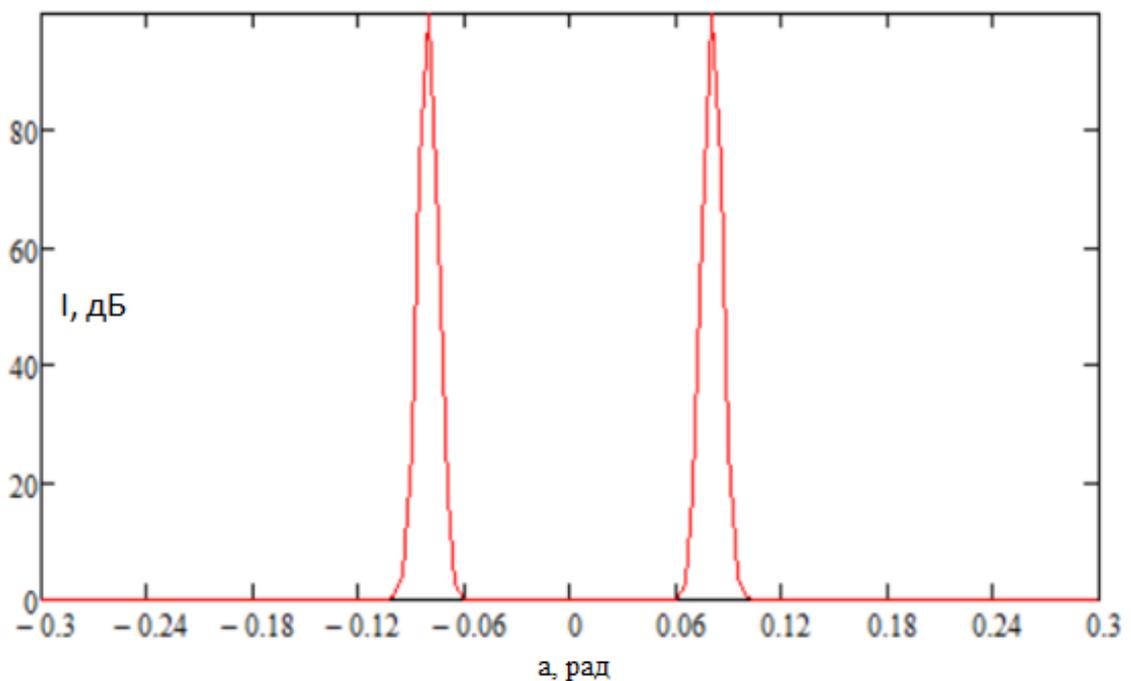


Рисунок 1 – Графическое отображение заданных целей  
Figure 1 – Graphical representation of the set targets

Принимаемый сигнал представляет собой линейное интегральное преобразование Фредгольма (3):

$$u(a) := \int_{-0.18}^{0.18} f(x, a) \cdot I(x) dx \quad (3)$$

В качестве ядра уравнения выступает функция  $f(a)$  – диаграмма направленности системы измерения, сфокусированная в направлении  $a$ .

$$f(a - x) := \sum_{n=0}^{2M} \exp[-i \cdot 2\pi \cdot d \cdot (n - M) \cdot (\sin(a) - \sin(x))] \quad (4)$$

Графическое отображение углового расположения целей, полученное радаром, представлено на Рисунке 2.

Стоит отметить, что значение локального минимума составляет 87 % от максимального значения полученного сигнала, из чего можно сделать вывод, что полученный сигнал не разрешается по критерию Рэлея [2, 3].

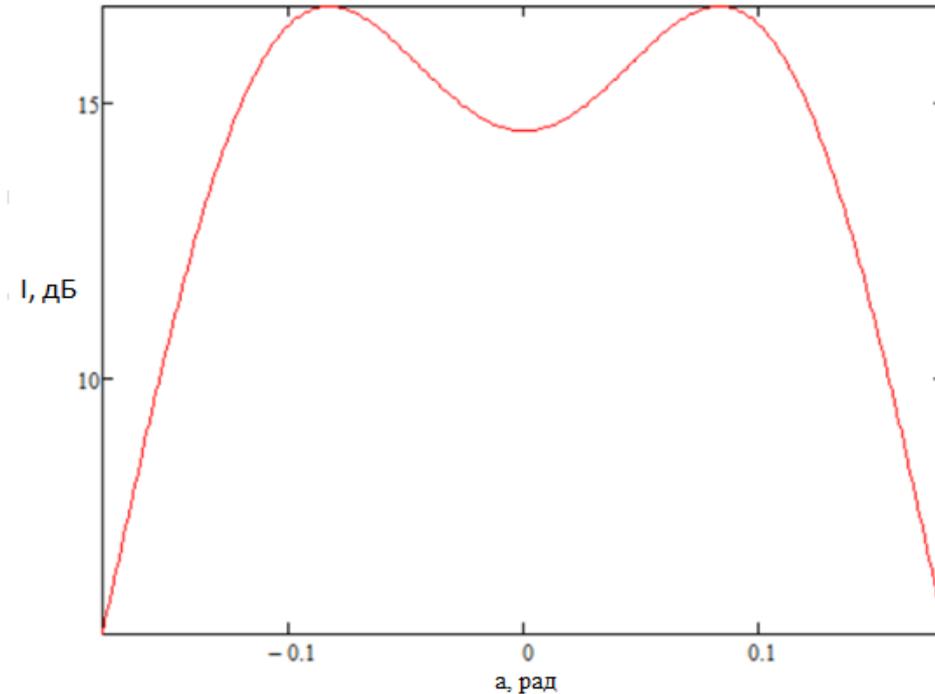


Рисунок 2 – Графическое отображение углового расположения целей, полученное радаром  
Figure 2 – Graphical representation of the angular position of targets obtained by the radar

Далее, для получения сверхразрешения исходная цель представлялась в виде суперпозиции задаваемых функций типа (9). Задавались различные виды материнских вейвлетов:

Вейвлет Хаара, представленный функцией (5):

$$\begin{aligned} HAAR01(a) &:= if(-0.1 \leq W \cdot a < 0.1, 1, 0) \\ HAAR02(a) &:= if(0 \leq W \cdot a < 0.1, -1, 0); \end{aligned} \quad (5)$$

Симметричный Вейвлет Хаара, представленный функцией (6):

$$\begin{aligned} HAARSYM01(a) &:= if(0 \leq |W \cdot a| < \frac{1}{2}, 1, 0) \\ HAARSYM02(a) &:= if(\frac{1}{2} \leq |W \cdot a| < 1, -1, 0) \end{aligned} \quad (6)$$

Wave-вейвлет, представленный функцией (7):

$$WHAT(a) := (W \cdot a) \cdot \exp\left(\frac{-W^2 \cdot a^2}{2}\right). \quad (7)$$

Далее материнские вейвлеты нормировались с помощью функции (8):

$$\begin{aligned} INTF &:= \sqrt{\int_{-0.16}^{0.16} (WHAT(a))^2 da} \\ NF(a) &:= \frac{WHAT(a)}{INTF} \end{aligned} \quad (8)$$

На основе материнского вейвлета строилась система дочерних вейвлетов.

Далее решалась обратная задача получения решения со сверхразрешением с помощью полученной системы вейвлетов [7-16].

В линейное интегральное уравнение Фредгольма первого рода типа свертки (3) вместо неизвестных нам целей  $I(x)$  подставляется некая система функций вида

$$\sum_{i=1}^n a_i \cdot f_i(x) \quad (9)$$

где  $a_i$  – неизвестные коэффициенты,  $f_i(x)$  – функции, задаваемые пользователем. Далее с помощью решения системы линейных алгебраических уравнений, полученной на основе минимизации среднеквадратического отклонения (10) от принятого сигнала, находятся коэффициенты  $a_i$ .

$$u(a) := \sum_{i=1}^n a_i \int_{-0.18}^{0.18} f(x, a) \cdot f_i(x) dx \quad (10)$$

### Результаты

Для оценки результатов применения разных вейвлетов было рассмотрено, насколько хорошо удастся правильно обнаружить двойную цель при повышении уровня шума; имеются ли ложные цели в полученном решении.

На Рисунке 3 приведена оценка вероятности получения правильного решения в зависимости от уровня шума. Для оценки вероятности был проведен ряд численных экспериментов, в ходе которых было проведено по 100 испытаний алгоритма на каждый процент уровня шума. На рисунке 4 показана вероятность пропуска цели и вероятность получения ложной цели в зависимости от уровня шума.

В результате серий численных экспериментов было установлено, что:

- симметричный вейвлет Хаара наиболее устойчив к шуму и имеет наименьшую вероятность появления ложных целей;
- гладкий Wave-вейвлет показал более точное решение, но меньшую устойчивость к шуму и большую вероятность появления ложной цели.



Рисунок 3 – Вероятность получения правильного решения с помощью Wave-вейвлета (а), симметричного вейвлета Хаара (б), и вейвлета Хаара (в), в зависимости от уровня шума  
Figure 3 – the Probability of getting the correct solution using a Wave wavelet (a), a symmetric Haar wavelet (b), and a Haar wavelet (c), depending on the noise level

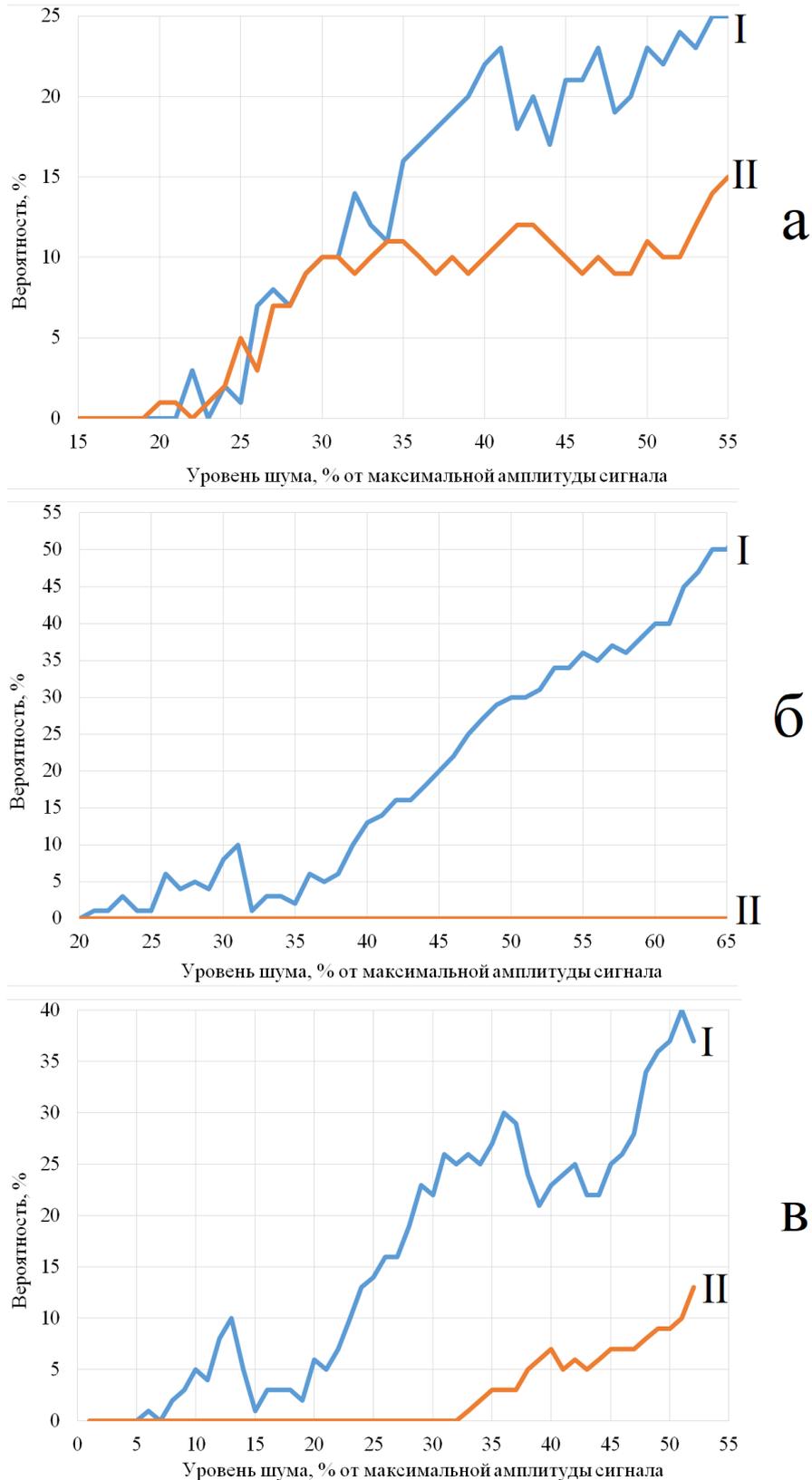


Рисунок 4 – Вероятность пропуска цели (I), и вероятность ложной тревоги (II), с использованием Wave-вейвлета (а), симметричного вейвлета Хаара (б) и вейвлета Хаара (в), в зависимости от уровня шума

Figure 4 – probability of missing a target (I), and probability of false alarm (II), using Wave wavelet (a), symmetric Haar wavelet (b) and Haar wavelet (c), depending on the noise level

## Заключение

Представленные результаты численных экспериментов и статистических исследований по достижению сверхразрешения алгебраическими методами выявили наиболее удобные для представления решений типы вейвлетов для различных задач. Полученные численные результаты подтвердили высокую помехоустойчивость получаемого решения со сверхразрешением.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Shestopalov Y.V. Regression Methods of Obtaining Angular Superresolution. *2019 URSI Asia-Pacific Radio Science Conference (AP-RASC)*. 2019.
2. Лаговский Б.А., Самохин А.Б. Устойчивость алгебраических методов восстановления изображений источников с повышенным угловым разрешением. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2011;16(4):6–12.
3. Лаговский Б.А., Самохин А.Б., Самохина А.С. Формирование изображений радиолокационных целей со сверхразрешением алгебраическими методами. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2014;8:23–27.
4. Лаговский Б.А., Чикина А.Г. Регрессионные методы получения сверхразрешения для групповой цели. *Успехи современной радиоэлектроники*. 2020;1:69–76.
5. Лаговский Б.А., Чикина А.Г. Решение обратных задач получения сверхразрешения на основе симметризации данных. *Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук*. 2015;4(1):20–23.
6. Лаговский Б.А. Методы повышения эффективного углового разрешения малоразмерных целей в задачах радионавигации и радиолокации. *Антенны*. 2007;9(124):50–55.
7. Лаговский Б.А., Самохин А.Б. Алгебраические методы восстановления изображения источников радиоизлучения с повышенным угловым разрешением. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2009;14(9):7–18.
8. Кожанова Е.Р., Захаров А.А. Применение модернизированной вейвлет-функции «Французская шляпа» для аппроксимации продольного распределения магнитного поля в магнитных реверсивных фокусирующих системах. *Молодой учёный*. 2012;1(9):25–29.
9. Лаговский Б.А., Шумов И.Ю. Восстановление двумерных изображений источников излучения со сверхразрешением. *Антенны*. 2013;4:60–65.
10. Лаговский Б.А. Восстановление изображения групповой цели цифровыми антенными решётками. *Антенны*. 2011;2(165):40–46.
11. Holami G., Mehrpourberney H., Zakeri B. UWB Phased Array Antennas for High Resolution Radars. *Proc. of the 2013 International Symposium on Electromagnetic Theory*. 2013:532–535.
12. Khan H. A., Edwards D. J., Malik W. Q. *Ultra wideband MIMO radar. Proc. IEEE Intl. Radar Conf. Arlington*. 2005.
13. Zhou Yuan; Law Choi Look; Xia Jingjing. Ultra low-power UWB-RFID system for precise location-aware applications. *2012 IEEE Wireless Communications and Networking Conference*. 2012:154–158.
14. Terrence W. Barrett. History of UWB Radar and Communications: Pioneers and Innovators. *Progress in Electromagnetics Symposium (PIERS)*. 2000.
15. Herman M. A., Strohmer T. High-resolution radar via compressed sensing. *IEEE Trans. Signal Processing*. 2009;57(6):2275–2284.

16. Bajwa W. U., Gedalyahu K., Eldar Y. C. Identification of Parametric Underspread Linear Systems and Super-Resolution Radar. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2011;52(5):2548–2561.

## REFERENCES

1. Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Shestopalov Y.V. Regression Methods of Obtaining Angular Superresolution. *2019 URSI Asia-Pacific Radio Science Conference (AP-RASC)*. 2019
2. Lagovsky B.A., Samokhin A.B. Stability of algebraic methods for restoring images of sources with increased angular resolution. *Elektromagnitnyye volny i elektronnyye sistemy = Electromagnetic Waves and Electronic Systems*. 2011;16(4):6–12. (In Russ.)
3. Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Samokhina A.S. Formation of images of radar targets with super-resolution by algebraic methods. *Uspekhi sovremennoy radioelektroniki = Achievements of Modern Radioelectronics*. 2014;8:23–27. (In Russ.)
4. Lagovsky B.A., Chikina A.G. Regression methods for obtaining superresolution for a group target. *Uspekhi sovremennoy radioelektroniki = Achievements of Modern Radioelectronics*. 2020;1:69–76. (In Russ.)
5. Lagovsky B.A., Chikina A.G. Solution of inverse problems of obtaining superresolution based on data symmetrization. *Aktual'nye problemy gumanitarnykh i estestvennykh nauk*. 2015;4(1):20–23. (In Russ.)
6. Lagovsky B.A. Methods for improving the effective angular resolution of small-sized targets in radio navigation and radar problems. *Antenny = Antennas*. 2007;9(124):50–55. (In Russ.)
7. Lagovsky B.A., Samokhin A.B. Algebraic methods for image reconstruction of radio sources with increased angular resolution. *Elektromagnitnyye volny i elektronnyye sistemy = Electromagnetic Waves and Electronic Systems*. 2009;14(9):7–18. (In Russ.)
8. Kozhanova E.R., Zakharov A.A. Application of the modernized French hat wavelet function for approximation of the longitudinal distribution of the magnetic field in magnetic reverse focusing systems. *Molodoi uchenyi*. 2012;1(9):25–29. (In Russ.)
9. Lagovsky B.A., Shumov I.Y. Restoration of two-dimensional images of radiation sources with super-resolution. *Antenny = Antennas*. 2013;4:60–65. (In Russ.)
10. Lagovsky B.A. Restoring the image of a group target with digital antenna arrays. *Antenny = Antennas*. 2011;2(165):40–46. (In Russ.)
11. Holami G., Mehrpourberney H., Zakeri B. UWB Phased Array Antennas for High Resolution Radars. *Proc. of the 2013 International Symposium on Electromagnetic Theory*. 2013:532–535.
12. Khan H. A., Edwards D. J., Malik W. Q. *Ultra wideband MIMO radar. Proc. IEEE Intl. Radar Conf. Arlington*. 2005.
13. Zhou Yuan; Law Choi Look; Xia Jingjing. Ultra low-power UWB-RFID system for precise location-aware applications. *2012 IEEE Wireless Communications and Networking Conference*. 2012:154–158.
14. Terrence W. Barrett. History of UWB Radar and Communications: Pioneers and Innovators. *Progress in Electromagnetics Symposium (PIERS)*. 2000.
15. Herman M. A., Strohmer T. High-resolution radar via compressed sensing. *IEEE Trans. Signal Processing*. 2009;57(6):2275–2284.
16. Bajwa W. U., Gedalyahu K., Eldar Y. C. Identification of Parametric Underspread Linear Systems and Super-Resolution Radar. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2011;52(5):2548–2561.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Щукин Андрей Алексеевич**, аспирант, кафедра прикладной математики, ФГБОУ ВО «МИРЭА - Российский технологический университет», Москва, Российская Федерация.  
*e-mail:* [shchukin.a.a@edu.mirea.ru](mailto:shchukin.a.a@edu.mirea.ru)

**Andrey A. Shchukin**, PhD Student, Department of applied mathematics, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «MIREA – Russian Technological University», Moscow, Russian Federation

**Павлов Александр Евгеньевич**, аспирант, кафедра прикладной математики, ФГБОУ ВО «МИРЭА - Российский технологический университет», Москва, Российская Федерация.  
*e-mail:* [epifan.captain@mail.ru](mailto:epifan.captain@mail.ru)

**Alexander E. Pavlov**, PhD Student, Department of applied mathematics, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «MIREA – Russian Technological University», Moscow, Russian Federation

*Статья поступила в редакцию 23.12.2022; одобрена после рецензирования 31.01.2022; принята к публикации 18.02.2022.*

*The article was submitted 23.12.2022; approved after reviewing 31.01.2022; accepted for publication 18.02.2022.*