

УДК 621.396

DOI: [10.26102/2310-6018/2022.38.3.017](https://doi.org/10.26102/2310-6018/2022.38.3.017)

## Классификация случайных сигналов на основе их двухсвязных марковских моделей

М.Ю. Калинин<sup>1</sup>✉, О.Н. Чопоров<sup>2</sup>, А.М. Бонч-Бруевич<sup>3</sup>

<sup>1</sup>«ГОЛДЕКС», Москва, Российская Федерация

<sup>2</sup>Воронежский государственный медицинский университет им. Н.Н. Бурденко,  
Воронеж, Российская Федерация

<sup>3</sup>Финансовый университет при Правительстве РФ, Москва, Российская Федерация  
[maks@oxrana.org](mailto:maks@oxrana.org)✉

**Резюме.** В работе рассматривается задача выявления принадлежности наблюдаемого сигнала к одному из заранее выбранных классов, являющаяся актуальной в теории распознавания образов, кластеризации, статистических решений, технической диагностики и ряде других направлений науки и техники. В качестве модели сигнала используется его двухсвязная марковская модель (сложная цепь Маркова), базирующаяся на трехмерных плотностях вероятностей моделируемых случайных процессов. Рассмотрена методика формирования моделей классов по известным вероятностным характеристикам или по классифицированной обучающей выборке отсчетов. В рамках байесовского подхода определены апостериорные вероятности принадлежности наблюдаемой выборки отсчетов сигнала каждому из классов. Предложен оптимальный алгоритм классификации сигнала, разработан алгоритм принятия решения, сформированы решающие статистики, зависящие от наблюдаемой выборки отсчетов и матриц переходных вероятностей анализируемых классов, позволяющие принимать решение с заданной достоверностью, в том числе на основе вальдовской процедуры, рассмотрены их свойства. Проведено статистическое имитационное моделирование алгоритма классификации, подтверждающее его эффективность. Результаты исследований могут использоваться в различных системах и устройствах выявления состояния объектов по порождаемым ими случайным сигналам, например, в аппаратуре технической диагностики.

**Ключевые слова:** сигнал, классификация, марковская модель, вальдовская процедура, решающие статистики.

**Для цитирования:** Калинин М.Ю., Чопоров О.Н., Бонч-Бруевич А.М. Классификация случайных сигналов на основе их двухсвязных марковских моделей. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии.* 2022;10(3). Доступно по: <https://moitvivr.ru/ru/journal/pdf?id=1222> DOI: 10.26102/2310-6018/2022.38.3.017

## Classification of random signals based on their doubly connected Markov models

M.Y. Kalinin<sup>1</sup>✉, O.N. Choporov<sup>2</sup>, A.M. Bonch-Bruevich<sup>3</sup>

<sup>1</sup>GOLDEX, Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup>Voronezh State Medical University named after N.N. Burdenko, Voronezh, Russian  
Federation

<sup>3</sup>Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russian  
Federation  
[maks@oxrana.org](mailto:maks@oxrana.org)✉

**Abstract.** The article considers the problem of identifying the pre-selected class of an observed signal. This appears to be a relevant issue in the theory of pattern recognition, clustering, statistical decisions,

technical diagnostics, and a number of other areas of science and technology. As a signal model, its doubly connected Markov model (complex Markov chain) is used based on three-dimensional probability densities of simulated random processes. The technique for forming class models according to known probabilistic characteristics or according to a classified training sample of samples is regarded. As a part of the Bayesian approach, the posterior probabilities that determine the affiliation of the observed sample of signal samples with each class are defined. An optimal signal classification algorithm is proposed, a decision-making algorithm is developed, decisive statistics are formed that depend on the observed sample of samples and matrices of transition probabilities of the analyzed classes, providing means for decision-making with a given reliability and based on the Wald procedure; their properties are also examined. Statistical simulation of the classification algorithm has been carried out, which confirms its effectiveness. The research results can be used in various systems and devices for detecting objects according to the random signals generated by them, for example, in technical diagnostics equipment.

**Keywords:** signal, classification, Markov model, Wald procedure, decision statistics.

**For citation:** Kalinin M.Y., Choporov O.N., Bonch-Bruevich A.M. Classification of random signals based on their doubly connected Markov models. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2022;10(3). Available from: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1222> DOI: 10.26102/2310-6018/2022.38.3.017 (In Russ.).

## Введение

Задача выявления принадлежности наблюдаемого сигнала к одному из выбранных классов возникает в радиотехнике [1, 2], теориях распознавания образов [3], классификации статистических решений [4, 5], задачах обработки изображений [6], распознавания образов сигналов на основе фрактальных признаков [7], распознавания энцефалографических сигналов в частотно-временной области [8], в системах радиомониторинга [9]. В этих областях определяющим является выбор модели сигналов, удовлетворяющей противоположным требованиям универсальности с целью охвата множества свойств сигнала и возможности решения задачи с приемлемой сложностью. С этой точки зрения перспективной является цепь Маркова [10, 11].

В отличие от простой (односвязной) марковской модели, двухсвязная модель дает возможность учета влияния значительно большего числа параметров (свойств) сигнала в теоретическом и экспериментальном вариантах ее построения.

В задаче классификации на основе сложной цепи Маркова реализуется алгоритм формирования решения о принадлежности поступающей выборки отсчетов сигнала выбранным классам, описываемым двухсвязными моделями, полученными теоретически или экспериментально по классифицированным обучающим выборкам. Предлагаемый подход позволяет построить алгоритм классификации, обеспечивающий заданную достоверность решения либо по выборке фиксированного объема, либо с помощью вальдовской процедуры принятия решения.

## Материалы и методы

**Двухсвязная цепь Маркова.** Рассмотрим модель сигнала  $s(t)$ , дискретизированного по времени и уровню с помощью аналого-цифрового преобразователя (АЦП) и поступающего в виде последовательности отсчетов  $s_n$ ,  $n = \overline{1, N}$  — их номера,  $N$  — объем выборки. Марковская модель [10, 11] со связностью  $m$  отображает случайный процесс с целочисленными значениями  $s_i$ , которые вероятностно зависят только от предшествующих значений  $s_{n-k}$ ,  $k = \overline{1, m}$  и не зависят от более ранних отсчетов. Простой называют односвязную при  $m=1$ , а при  $m=2$  – двухсвязной (сложной) цепью Маркова.

Простая цепь Маркова описывается квадратной матрицей  $[P_{ij}]$  вероятностей  $P_{ij}$  перехода случайного процесса от предшествующего значения  $s_{n-1} = i$  к поступившему (текущему) значению  $s_n = j, i, j = \overline{1, M}, M$  – размерность матрицы, равная числу уровней квантования АЦП.

В двухсвязной цепи Маркова текущее значение отсчета  $s_n = j$  зависит только от двух предшествующих отсчетов  $s_{n-1} = i$  и  $s_{n-2} = k$  и модель описывается трехмерной матрицей  $[P_{kij}]$  переходных вероятностей  $P_{kij}, k, i, j = \overline{1, M}$ . Ее можно представить либо в виде трехмерной (объемной) конструкции (Рисунок 1), либо в виде матрицы — столбца, элементами которой являются квадратные матрицы  $[P_{ij}^{(k)}]$  (горизонтальный срез на Рисунке 1).

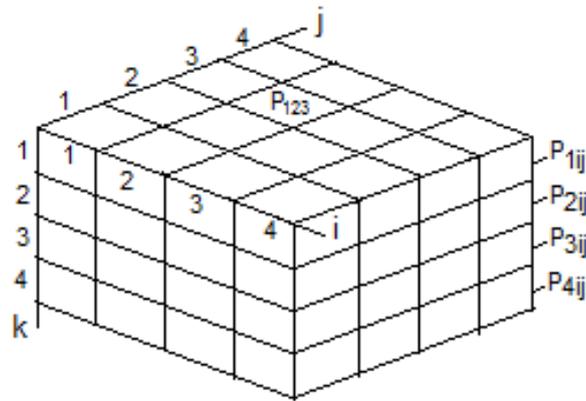


Рисунок 1 – Матрица переходных вероятностей  
Figure 1 – Transition probability matrix

Теоретическую модель можно построить, если известна трехмерная плотность вероятностей случайного процесса  $w(x_1, x_2, x_3)$  и заданы уровни квантования сигнала АЦП вида

$$g_m = \begin{cases} -\infty & \text{при } m = 0, \\ (m - M/2)d + x_{\text{ср}} & \text{при } m = \overline{1, (M - 1)}, \\ \infty & \text{при } m = M, \end{cases} \quad (1)$$

$d$  – шаг квантования сигнала по уровню, а  $x_{\text{ср}}$  среднее значение сигнала (обычно равно нулю), по которым формируется отсчет  $s_n = i$ , если

$$g_{i-1} < x \leq g_i. \quad (2)$$

Тогда совместная вероятность  $P(s_{n-2} = k, s_{n-1} = i, s_n = j)$  соответствующих значений отсчетов сигнала равна

$$P(s_{n-2} = k, s_{n-1} = i, s_n = j) = \int_{g_{j-1}}^{g_j} \int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{g_{k-1}}^{g_k} w(x_1, x_2, x_3) dx_3 dx_2 dx_1, \quad (3)$$

а трехмерная переходная вероятность соответственно

$$P_{kij} = \frac{P(s_{n-2}=k, s_{n-1}=i, s_n=j)}{P(s_{n-2}=k, s_{n-1}=i)} = \frac{\int_{g_{j-1}}^{g_j} \int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{g_{k-1}}^{g_k} w(x_1, x_2, x_3) dx_3 dx_2 dx_1}{\int_{g_{j-1}}^{g_j} \int_{g_{i-1}}^{g_i} \int_{-\infty}^{\infty} w(x_1, x_2, x_3) dx_3 dx_2 dx_1}. \quad (4)$$

Для представления матрицы  $[P_{kij}]$  в двумерном виде обозначим обобщенный номер  $\nu$  пары отсчетов  $s_{n-2} = k$  и  $s_{n-1} = i$  в виде

$$v = i + Mk, \quad (5)$$

тогда матрица переходных вероятностей станет двумерной вида  $[P_{vj}]$  размера  $M^2$  строк и  $M$  столбцов.

Двухсвязная марковская модель может быть построена по обучающей экспериментальной выборке отсчетов случайного процесса  $s_n$  достаточно большого объема, по которой определяются числа перехода  $l_{kij}$  значений пар отсчетов  $s_{n-2} = k$  и  $s_{n-1} = i$  к  $s_n = j$  для всех  $n = \overline{3, N}$ , которые также можно представить в виде матрицы. Тогда для оценки переходных вероятностей получим

$$\tilde{P}_{kij} = \frac{l_{kij}}{\sum_{r=1}^M l_{kir}}. \quad (6)$$

**Пример двухсвязной модели.** Трехмерная плотность вероятностей непрерывного гауссовского случайного процесса имеет вид [12]

$$w(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sigma^3 \sqrt{(2\pi)^3 D}} \exp \left\{ -\frac{1}{2D} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 D_{mn} \frac{(x_m - x_{cp})(x_n - x_{cp})}{\sigma^2} \right\}, \quad (7)$$

где  $\sigma^2$  – дисперсия,  $D$  – определитель матрицы коэффициентов корреляции  $r_{mn}$  значений  $x_m$  и  $x_n$ ,  $m, n = \overline{1, 3}$ ,

$$[r_{mn}] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$D = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix}, \quad (9)$$

$D_{mn}$  – алгебраическое дополнение элемента  $r_{mn}$  матрицы (8), равное

$$D_{mn} = (\square 1)^{m+n} M_{mn}, \quad (10)$$

$M_{mn}$  – минор элемента  $r_{mn}$  матрицы (8), равный определителю второго порядка матрицы коэффициентов корреляции после вычеркивания в ней  $n$ -й строки и  $m$ -го столбца,  $r_{mm} = 1$  и  $r_{mn} = r_{nm}$ . Как видно, модель существенно сложнее двумерной и позволяет описывать глубокие корреляционные связи случайного процесса.

На Рисунке 2 а показан пример трехмерной диаграммы матрицы совместных вероятностей  $P(k, i, j)$  (3) нормального случайного процесса при  $x_{cp} = 0$ ,  $\sigma^2 = 1$ ,  $M = 16$  и показанной на рисунке корреляционной матрицей, а на Рисунке 2 б – матрицы переходных вероятностей  $P_{kij}$  (4) в координатах  $i + Mk, j$ .

Как видно, это массивы данных достаточно сложной структуры, отображающей сложные вероятностные свойства моделируемого случайного процесса.

**Алгоритм классификации.** Формирование статистических решений [3, 10] базируется на критерии максимума апостериорной вероятности принадлежности поступающей выборки отсчетов сигнала одному из заданных классов  $G_r$ ,  $r = \overline{1, R}$  – номер класса. Если принята выборка из  $N$  отсчетов  $s_1, s_2, \dots, s_N$ , то апостериорная вероятность ее принадлежности классу  $G_r$  по формуле Байеса [13] равна

$$P(G_r/s_1, s_2, \dots, s_N) = \frac{P(G_r)P(s_1, s_2, \dots, s_N/G_r)}{P(s_1, s_2, \dots, s_N)}, \quad (11)$$

$P(G_r)$  – априорная вероятность появления выборки из  $r$ -го класса,  $P(s_1, s_2, \dots, s_N/G_r)$  – вероятность получения выборки, принадлежащей классу  $G_r$ ,  $P(s_1, s_2, \dots, s_N)$  – безусловная вероятность получения выборки.

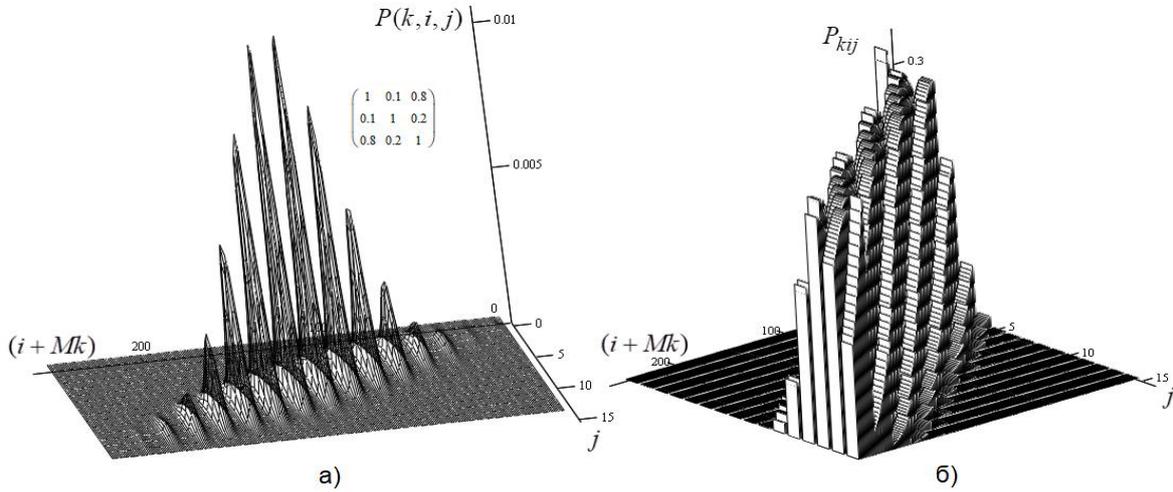


Рисунок 2 – Диаграмма матрицы переходных вероятностей  
Figure 2 – Transition matrix diagram

В выборке из класса  $G_r$  переход от  $s_{n-2} = k$  и  $s_{n-1} = i$  к  $s_n = j$  возникает с вероятностью  $P_{kij}^{(r)}$ , а вероятность  $l_{kij}$  таких переходов равна  $\{P_{kij}^{(r)}\}^{l_{kij}}$ , тогда для условной вероятности выборки отсчетов  $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$  из класса  $G_m$  получим

$$P(s_1, s_2, \dots, s_N/G_r) = P_{s_1}^{(r)} \cdot \prod_{k=1}^M \prod_{i=1}^M \prod_{j=1}^M \{P_{kij}^{(r)}\}^{l_{kij}}, \quad (12)$$

$P_{s_1}^{(r)}$  – вероятность начального значения отсчета  $s_1$  в выборке из класса  $G_r$ , и в результате из (12) можно записать

$$P(s_1, s_2, \dots, s_N/G_r) = P_{s_1}^{(r)} \cdot 2^{\sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{kij} \cdot \log_2 P_{kij}^{(r)}}. \quad (13)$$

Обозначим

$$L_r = L_r(s_1, s_2, \dots, s_N) = - \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M l_{kij} \cdot \log_2 P_{kij}^{(r)} \quad (14)$$

и в результате из (11) получим

$$P(G_r/s_1, s_2, \dots, s_N) = \frac{P(G_r)P_{s_1}^{(r)} \cdot 2^{-L_r(s_1, s_2, \dots, s_N)}}{\sum_{m=1}^R P(G_m)P_{s_1}^{(m)} \cdot 2^{-L_m(s_1, s_2, \dots, s_N)}}. \quad (15)$$

Как видно, величины  $L_r(s_1, s_2, \dots, s_N)$  определяют апостериорные вероятности классов и фактически являются решающими статистиками.

Алгоритм классификации требует выбрать класс  $G_{r_0}$  с номером  $r_0$ , для которого апостериорная вероятность (15) принадлежности к нему наблюдаемой выборки  $s_1, s_2, \dots, s_N$  максимальна:

$$P(G_{r_0}/s_1, s_2, \dots, s_N) = \max_r P(G_r/s_1, s_2, \dots, s_N). \quad (16)$$

В задачах байесовской оптимизации [3] используется отношение правдоподобия, равное

$$\eta_{r1,r2} = \frac{P(G_{r1}/s_1, s_2, \dots, s_N)}{P(G_{r2}/s_1, s_2, \dots, s_N)}, \quad r = \overline{1, R}. \quad (17)$$

Оптимальным будет решение  $r = r_0$ , при котором обеспечивается максимум отношения правдоподобия (17). Тогда с учетом (15) для логарифма отношения правдоподобия получим неравенство для решающих статистик

$$L_r(s_1, s_2, \dots, s_N) - L_{r_0}(s_1, s_2, \dots, s_N) \geq \log_2 \left\{ \frac{P(G_r)P_{s_1}^{(r)}}{P(G_{r_0})P_{s_1}^{(r_0)}} \right\}. \quad (18)$$

В условиях априорной неопределенности достаточно обосновано можно полагать, что вероятности  $P(G_r)$  и  $P_{s_1}^{(r)}$  не зависят от номера класса, тогда из (18) получим условие

$$L_r(s_1, s_2, \dots, s_N) - L_{r_0}(s_1, s_2, \dots, s_N) \geq 0, \quad r = \overline{1, R}, \quad r \neq r_0, \quad (19)$$

то есть максимум апостериорной вероятности обеспечивается для класса  $G_{r_0}$  с минимальным значением решающей статистики  $L_r(s_1, s_2, \dots, s_N)$  (14),

$$L_{r_0}(s_1, s_2, \dots, s_N) = \min_r L_r(s_1, s_2, \dots, s_N). \quad (20)$$

Алгоритм принятия решения (20) не обеспечивает заданной достоверности принятого решения (доверительной вероятности  $P_0$ ).

Пусть решающая статистика  $L_{r_1}(s_1, s_2, \dots, s_N)$  является минимальной для всех  $r$  кроме  $r_0$ ,

$$L_{r_1}(s_1, s_2, \dots, s_N) = \min_{r \neq r_0} L_r(s_1, s_2, \dots, s_N), \quad (21)$$

тогда из (15) нетрудно показать, что для обеспечения требуемой достоверности решения необходимо обеспечить выполнение неравенства

$$L_{r_1}(s_1, s_2, \dots, s_N) - L_{r_0}(s_1, s_2, \dots, s_N) \geq D, \quad (22)$$

где пороговый уровень  $D$  равен

$$D = \log_2 \left\{ \frac{\sum_{r=1, r \neq r_0}^R P(G_r)P_{s_1}^{(r)}}{P_{s_1}^{(r_0)}} \cdot \frac{P_0}{1-P_0} \right\}. \quad (23)$$

Для равновероятных классов и начальных значений отсчетов из (23) получим

$$D = \log_2 \left\{ \frac{R-1}{R} \cdot \frac{P_0}{1-P_0} \right\}. \quad (24)$$

Простейший алгоритм классификации заключается в следующем: по выборке отсчетов  $s_1, s_2, \dots, s_N$  принимаемого случайного процесса определяются числа переходов  $l_{kij}$  и для каждого  $r$ -го класса по заданной модели (матрице  $[P_{kij}^{(r)}]$ ) вычисляются решающие статистики  $L_r(s_1, s_2, \dots, s_N)$ , из них выбирается минимальное значение  $L_{r_0}(s_1, s_2, \dots, s_N)$  и принимается решение о принадлежности поступившей выборки классу  $G_{r_0}$ , при этом достоверность результата не оговаривается.

Для обеспечения требуемой достоверности  $P_0$  необходимо организовать вальдовскую процедуру принятия решения. В этом случае как и ранее по выборке объема  $N = N_0$  вычисляются все решающие статистики  $L_r$ ,  $r = \overline{1, R}$ , из них выбираются минимальное значение  $L_{r_0}$  и минимальное из оставшихся  $L_{r_1}$ , вычисляется их разность  $L_{r_1} - L_{r_0}$ , которая сравнивается согласно (22) с порогом  $D$  (23) или (24). Если

неравенство (22) выполняется, то принимается решение о принадлежности выборки отсчетов классу  $G_{r_0}$ , а иначе к выборке добавляется еще  $N_0$  отсчетов (объем выборки удваивается  $N = 2N_0$ ), вновь определяются решающие статистики и проверяется неравенство (22). Процесс накопления выборки продолжается до тех пор, пока неравенство (22) не выполнится и будет принято решение с заданной достоверностью.

На Рисунке 3 показана полученная в результате статистического имитационного моделирования реализация зависимости разности решающих статистик  $L_2 - L_1$  для двух классов  $G_1$  и  $G_2$  нормальных случайных процессов с различными коэффициентами корреляции от числа итераций  $n$  вальдовской процедуры принятия решения при условии, что принимаемая выборка отсчетов принадлежит классу  $G_1$  ( $r_0 = 1$ ). Пунктирными линиями отмечены пороговые уровни  $D$  с соответствующими доверительными вероятностями.

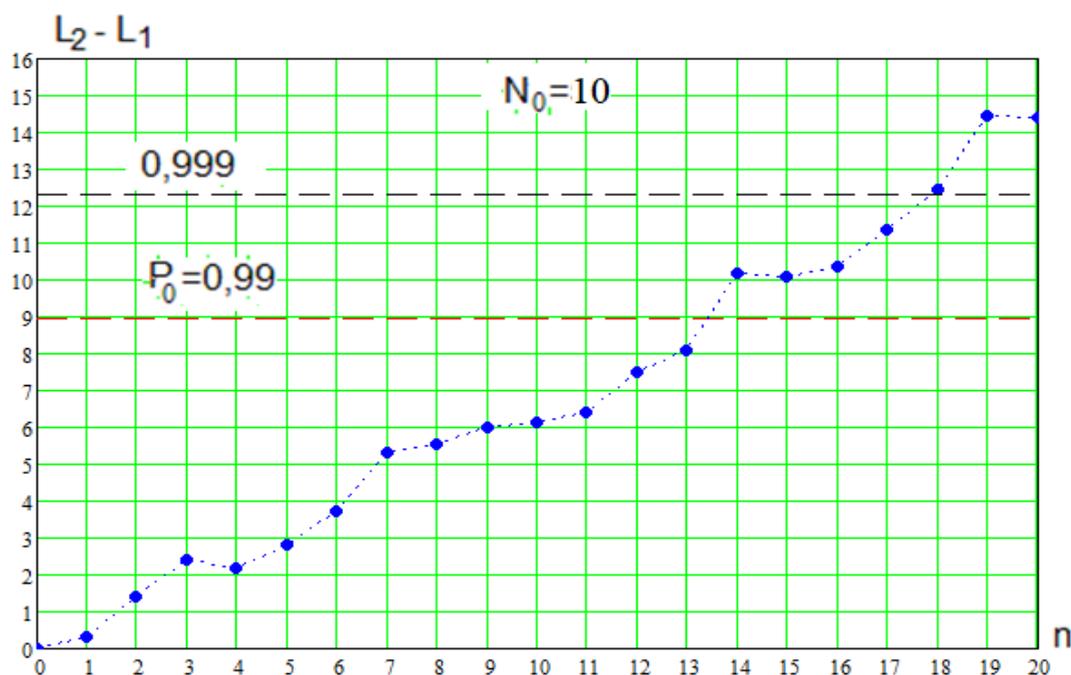


Рисунок 3 – Разность решающих статистик  
Figure 3 – Difference of decision statistics

Как видно, по мере накопления объема выборки  $N = n \cdot N_0$  разность решающих статистик в целом увеличивается, а при поступлении «неудачного» фрагмента выборки ( $n = 4$  и  $15$ ) – уменьшаться. При  $n = 14$  достигается пороговое значение, соответствующее значению  $P_0 = 0,99$ , и принимается решение о принадлежности выборки классу  $G_1$  с вероятностью не менее  $0,99$ , а при  $n = 14$  – соответственно  $0,999$ .

### Результаты

Рассмотренный алгоритм позволяет выявлять принадлежность поступающей выборки отсчетов случайного сигнала одному из заданных классов  $G_r$ , двухсвязные марковские модели которых задаются матрицами переходных вероятностей  $[P_{kij}^{(r)}]$ , которые вычисляются теоретически по известной трехмерной плотности вероятностей (4) или оцениваются (6) по обучающей экспериментальной выборке отсчетов достаточно большого объема. Использование вальдовской процедуры принятия решения позволяет минимизировать временные затраты. Чем «ближе» модели классов, тем больший объем

выборки необходим для принятия решения принадлежности сигнала с заданной достоверностью. Повышение требований к достоверности также увеличивает объем выборки.

Алгоритмы классификации сигналов на основе двухсвязной цепи Маркова обладают большей чувствительностью к тонким вероятностным свойствам случайных сигналов по сравнению с простой марковской моделью [13, 14], однако требуют больших вычислительных затрат и большей продолжительности выборки отсчетов при классификации и экспериментальном формировании матриц переходных вероятностей.

### Заключение

Предложен алгоритм классификации случайных сигналов на основе их двухсвязной марковской модели, обеспечивающий принятие решения с требуемой достоверностью. Разработана методика формирования модели по известной трехмерной плотности вероятностей значений случайного сигнала или по экспериментальной выборке отсчетов сигнала выбранного класса. Получены выражения для решающих статистик, определены пороговые уровни для их сравнения. Методами статистического имитационного моделирования показана работоспособность предложенного алгоритма.

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Прокис Дж. *Цифровая связь*. Пер. с англ.; под ред. Д.Д. Кловского. Москва: Радио и связь; 2000;197–214.
2. Скляр Б. *Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение*. Пер. с англ. Москва: Вильямс; 2003. С. 134–163.
3. Скляр Б. *Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение*. Изд. 2-е, испр. Пер. с англ. Москва: Вильямс; 2004. С. 210.
4. Webb, Andrew R. *Statistical pattern recognition*. 2 ed., [Repr.]. Chichester: Wiley, 2003. XVIII. 496 p.
5. Гитис Л.Х. *Статистическая классификация и кластерный анализ*. Москва. Издательство Московского государственного горного университета; 2003. 157 с.
6. Morris H. *DeGroot. Optimal Statistical Decisions*. Willey Classics Library Edition Published; 2004. С. 121–147, 230–255.
7. Петров Е.П., Харина Н.Л., Харюшин В.Ф. Математические модели и алгоритмы фильтрации цифровых полутоновых изображений на основе сложных цепей Маркова. *Цифровая обработка сигналов*. 2012;3:52–57.
8. Shi, C.-T. Signal Pattern Recognition Based on Fractal Features and Machine Learning. *Appl. Sci*. 2018;8:1327.
9. Xiang Cao, Kunyuan Zhao, Dan Xu. Emotion Recognition of Single-electrode EEG based on Multi-feature Combination in Time-frequency Domain. *Journal of Physics: Conference Series, Volume 1827, 6th International Conference on Electronic Technology and Information Science (ICETIS 2021) 8-10 January 2021*. Harbin, China.
10. Безрук В.М., Иваненко А.И. Обнаружение и распознавание сигналов в условиях априорной неопределенности при автоматизированном радиомониторинге. *Радиоэлектроника и информатика*. 2018;3:8–12.
11. Булинский А.В., Ширяев А.Н. *Теория случайных процессов*. Москва: Физматлит; 2003.
12. Brémaud P. *Markov chains. Gibbs Fields, Monte Carlo Simulation, and Queues*. Springer. 2005.
13. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. *Теория случайных процессов и ее инженерные приложения*. Москва: Высш. шк.; 2000. 383 с.

14. Калинин М.Ю. Особенности разработки программы классификации информационных сигналов на основе марковской модели. *Охрана, безопасность, связь*. 2018;2(3):48–57.
15. Калинин М.Ю. Программа классификации информационных сигналов. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018618911, 23.07.2018. Заявка № 2018616495 от 13.06.2018.

## REFERENCES

1. Prokis Dzh. *Tsifrovaya svyaz'*. Per. s angl.; pod red. D.D. Klovskogo. Moskva: Radio i svyaz'; 2000;197–214. (In Russ.).
2. Sklyar B. *Tsifrovaya svyaz'*. Teoreticheskiye osnovy i prakticheskoye primeneniye. Per. s angl. Moskva: Vil'yams; 2003. P. 134–163. (In Russ.).
3. Sklyar B. *Tsifrovaya svyaz'*. Teoreticheskiye osnovy i prakticheskoye primeneniye. Izd. 2-ye, ispr. Per. s angl. Moskva: Vil'yams; 2004. S. 210. (In Russ.).
4. Webb, Andrew R. *Statistical pattern recognition*. 2 ed., [Repr.]. Chichester: Wiley, 2003. – XVIII. 496 p.
5. Gitis L.Kh. *Statisticheskaya klassifikatsiya i klasternyy analiz*. Moskva. Izdatel'stvo Moskovskogo gosudarstvennogo gornogo universiteta; 2003. 157 p. (In Russ.).
6. Morris H. *DeGroot. Optimal Statistical Decisions*. Willey Classics Library Edition Published; 2004. С. 121–147, 230–255.
7. Petrov E.P., Xarina N.L., Haryushin V.F. Matematicheskie modeli i algoritmy filtratsii cifrovyyh polutonovyh izobrazheniy na osnove slozhnyh cepej Markova. *Cifrovaya obrabotka signalov*. 2012;3:52–57. (In Russ.).
8. Shi, C.-T. Signal Pattern Recognition Based on Fractal Features and Machine Learning. *Appl. Sci*. 2018;8:1327.
9. Xiang Cao, Kunyuan Zhao, Dan Xu. Emotion Recognition of Single-electrode EEG based on Multi-feature Combination in Time-frequency Domain. *Journal of Physics: Conference Series, Volume 1827, 6th International Conference on Electronic Technology and Information Science (ICETIS 2021) 8-10 January 2021*. Harbin, China.
10. Bezruk V.M., Ivanenko A.I. Detection and recognition of signals under conditions of a priori uncertainty in automated radio monitoring. *Radioelektronika i informatika = Radioelectronics & Informatics*. 2018;3:8–12. (In Russ.).
11. Bulinsky A.V., Shiryaev A.N. *Theory of random processes*. Moscow: Fizmatlit; 2003. (In Russ.).
12. Brémaud P. *Markov chains*. Gibbs Fields, Monte Carlo Simulation, and Queues. Springer. 2005.
13. Wentzel E.S., Ovcharov L.A. *Theory of random processes and its engineering applications*. Moscow: Higher School, 2000, 383 p. (In Russ.).
14. Kalinin M.Y. Osobennosti razrabotki programmy klassifikatsii informatsionnyh signalov na osnove markovskoy modeli. *Okhrana, bezopasnost', svyaz'*. 2018;2(3):48–57. (In Russ.).
15. Kalinin M.Yu. Programma klassifikatsii informacionnyh signalov. Svidetelstvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2018618911, 23.07.2018. Zayavka № 2018616495 ot 13.06.2018. (In Russ.).

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Калинин Максим Юрьевич, начальник Maxim Y. Kalinin, Head of GOLDEX отдела «ГОЛДЕКС», Москва, Российская Федерация, Department, Moscow, Russian Federation.

e-mail: [maks@oxrana.org](mailto:maks@oxrana.org)

**Чопоров Олег Николаевич**, доктор технических наук, профессор Воронежского государственного медицинского университета им. Н.Н. Бурденко, Воронеж, Российская Федерация.

*e-mail:* [choporov\\_oleg@mail.ru](mailto:choporov_oleg@mail.ru)

**Oleg N. Choporov**, Doctor of Technical Sciences, Professor at Voronezh State Medical University named after N.N. Burdenko, Voronezh, Russian Federation.

**Бонч-Бруевич Андрей Михайлович**, кандидат технических наук, доцент Финансового университета при правительстве РФ, Москва, Российская Федерация.

*e-mail:* [ambonchbruevich@fa.ru](mailto:ambonchbruevich@fa.ru)

**Andrej M. Bonch-Bruevich**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation.

*Статья поступила в редакцию 29.08.2022; одобрена после рецензирования 19.09.2022; принята к публикации 23.09.2022.*

*The article was submitted 29.08.2022; approved after reviewing 19.09.2022; accepted for publication 23.09.2022.*