

УДК 681.3

С.В.Андраханов

## КОМБИНИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ МНОГОАЛЬТЕРНАТИВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И МЕТОДА РОЯ ЧАСТИЦ

*Воронежский государственный технический университет*

*В статье проводится описание комбинированного алгоритма многоальтернативной оптимизации и метода роя частиц. В качестве топологии соседства принята кластерная топология. Приведена структурная схема комбинированного алгоритма многоальтернативной оптимизации и метода роя частиц.*

**Ключевые слова:** многоальтернативная оптимизация, метод роя частиц.

Управление техническими системами представляет собой сложную задачу. Способы ее решения, как правило, основаны на методах многомерной оптимизации.

Роботы, представляющие собой сложные технические системы, в настоящее время используются для решения многих практически важных задач. При построении алгоритмов управления необходимо ориентироваться на структурный синтез конструктивного объединения модулей в робототехнический механизм, способный к перемещению в пространстве обобщенных координат  $(y, z)$ .

Для решения оптимизационных задач, связанных с управлением мехатронно-модульными роботами (ММР) предлагается использовать итерационную вариационную процедуру многоальтернативной оптимизации [1], основанную на определении на каждом  $k$ -ом ( $k = 1, 2, \dots$ ) шаге поиска вариации оптимизируемой функции  $F$

$$F = \mathfrak{F}(N, N_y, A_1, B_1, \omega_1, \varphi_1, A_{12}, B_{12}, \omega_{12}, \varphi_2), \quad (1)$$

по переменной  $x_j$ :

$$\Delta_j^k F = F(\bar{x}^k / x_j = 0) - F(\bar{x}^k / x_j = 1), \quad (2)$$

где  $\bar{x}^k = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_\pi, \dots, \bar{x}_j)$   $\pi = \overline{1, J}$ ,  $\pi \neq j$ - вектор случайных реализаций альтернативных переменных, имеющих распределение

$$p_{x_\pi} = p(\bar{x}_\pi = 1), \quad q_{x_\pi} = p(\bar{x}_\pi = 0), \quad p_{x_\pi} + q_{x_\pi} = 1,$$

$p(\cdot)$  - обозначение вероятности случайного события.

На начальном этапе оптимального проектирования с использованием учебно-исследовательской САПР (УИ САПР) ММР вариации определяются на основе результатов натурального эксперимента, а при накоплении информации, достаточной для построения имитационной модели, в соответствии с этой моделью, в которой значения переменных  $N, N_y, A_1, B_1, \omega_1, \varphi_1, A_2, B_2, \omega_2, \varphi_2$  вычисляются по значениям, соответствующим значениям альтернативных переменных  $x_j, j=1, J$ .

Случайное значение альтернативной переменной  $x_\pi$  определяется следующим образом.

$$\tilde{x}_\pi = \begin{cases} 1, & \text{если } p_{x_\pi} > \xi \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где  $\xi$  - дискретная случайная величина, имеющая равномерное распределение на интервале  $[0, 1]$  [2].

На первом шаге  $k=1$  значение  $p_{x_\pi}^1$  задаются обучающимся. Наиболее частый вариант  $p_{x_\pi}^1 = 0,5$ , но могут исследоваться и другие варианты.

Можно провести определение нескольких таких реализаций по  $j$ -ой переменной. Потом они применяются при прогнозировании направления изменения величины вероятности  $p_{x_j}$  на  $k$ -ой интеграции со случайным шагом  $\tilde{B}_j$ , который принимает значение 1 и 0 в соответствии с распределением:

$$p_{Bjn} = p(\tilde{B}_j = 1), q_{Bjn} = p(\tilde{B}_j = 0) = 1 - p_{Bjn}, \quad (3)$$

Принимая во внимание многократность реализации (2) делается предложение по управлению распределением (3), проводя изменение его, основываясь на значении вариации и распределении случайного шага  $\tilde{c}_j$  следующего уровня:

$$p_{cjn} = p(\tilde{c}_j = 1), q_{cjn} = p(\tilde{c}_j = 0) = 1 - p_{cjn}.$$

Для того, чтобы полно использовать скрытую информацию [1] величину вероятности  $p_{Bjn}$  необходимо увеличивать с целью более заметного изменения  $p_{x_j}$  для случая, когда совпадают знаки первой  $\Delta_{1j}F$  и второй  $\Delta_{2j}F$  реализации вариации  $F$ , а уменьшать в противном случае. Этому правилу соответствует следующая схема определения  $p_{Bjn}$  на новой  $(k + 1)$ -ой итерации:

$$p_{Bjn}^{k+1} = p_{Bjn}^k + p_{Bj}^{k+1} \mathcal{K}(\Delta_{1j}^k F \Delta_{2j}^k F) - p_{Bj}^k \mathcal{K}(-\Delta_{1j}^k F \Delta_{2j}^k F), \quad (4)$$

где величина  $p_{Bjn}^{k+1}$  задаётся в зависимости от предполагаемого влияния прогнозируемого слагаемого в (4) на величину  $p_{Bm}$ .

$$\kappa(a) = \begin{cases} 1, & \text{если } a > 0, \\ 0, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

После проведения настройки величины шага проводим коррекцию распределения переменной  $x_j$  исходя из закона прогностической оценки (2). Отметим, что вероятность  $p_{xj}$  увеличивается для случая, когда есть положительное значение первой реализации (2) и в противном случае уменьшается:

$$p_{xj}^{k+1} = p_{xj}^k + p_{xj}^{k+1} (q_{xj}^k \kappa(\Delta_{1j} F) - p_{xj}^k \kappa(-\Delta_{1j} F)), \quad (5)$$

Для осуществления дальнейшего улучшения эффективности применения скрытой информации в рамках алгоритмической схемы (5) важно не просто перебирать координаты  $x_j$ , а управлять выбором координат с использованием третьей реализации для случайной величины. При этом если полагать, что при проведении последовательного перебора вероятности осуществление привлечений к поиску координат одинаково, т.е. на первом шаге:

$$p_j^1 = \frac{1}{J} \forall j = \overline{1, J},$$

то при осуществлении процесса поиска вероятность  $p_j$  необходимо увеличить, когда будет совпадение знаков реализаций величины (2) и проводить уменьшение в противном случае. Такое изменение следует осуществлять с применением некоторого случайного шага  $\vec{d}$ , имеющего распределение:

$$p_d = p(\vec{d} = 1), q_d = p(\vec{d} = 0) = 1 - p_d.$$

При этом необходимо сохранять условие нормировки

$$\sum_{j=1}^J p_{xj}^k = 1.$$

В этом случае проведение изменений одного из значений вероятности  $p_j$  ведет к тому, что изменяются все остальных  $p_\pi = (\pi = \overline{1, J}; \pi \neq j)$ .

Алгоритмическая схема представляется в следующем виде:

$$p_j^{k+1} = p_j^k + p_d^{k+1} (q_j^k \kappa(\Delta_{1j} F \Delta_{3j} F) - p_j^k \kappa(-\Delta_{1j} F \Delta_{3j}^k F)), \quad (6)$$

Для осуществления сохранения условий нормировки для остальных остальных вероятностей необходимо проводить пересчет таким образом:

$$p_j^{k+1} = \frac{q_j^{k+1} A_\pi}{\sum_{\pi=1}^M \pi \neq j A_\pi}, A_\pi = \frac{p_\pi^k}{p_j^{k+1}} (\pi \neq j).$$

Рассмотренная многоуровневая вариационная процедура требует проведения вычислений на достаточно большом количестве шагов  $K$  [3] до достижения ситуации, когда большинство значений вероятностей  $p_{2m}$  входят в интервалы изменения  $(0, \delta)$ ,  $(1-\delta, 1)$ ,  $0 < \delta \ll 1$ ,  $\delta$  - малое число. В качестве исследовательского компонента УИ САПР предлагается внутри этой процедуры осуществлять движение не по одному набору вероятностей  $p_{xj}$ ,  $j = \overline{1, J}$  а по  $n$  ( $n = \overline{1, N}$ ) наборам  $p_{xjn}$ , используя при этом комбинированную процедуру с методом роя частиц [4-9].

В этом случае имеем  $n = \overline{1, N_r}$  частиц с координатами  $P_{jn}$ ,  $n = \overline{1, N_r}$ ,  $j = \overline{1, J}$ , которые изменяются на каждом  $k$ -ом шаге по схеме:

$$p_{xjn}^{k+1} = p_{xjn}^k + v_{xjn}^{k+1}, \quad (7)$$

где  $v_{jn}$  - координаты вектора скорости  $n$ -й частицы

$$v_{jn}^{k+1} = p_{Bj}^{k+1} (q_{xjn}^k \chi(\Delta_{1jn} F) - p_{xjn}^k \chi(-\Delta_{1jn} F))$$

Для того, чтобы синхронизировать процедуру (7) метода роя частиц [4-9] и вариационную процедуру многоальтернативной оптимизации (3.5) на каждом шаге будем обновлять скорость изменения координат не сразу всех частиц, а одной частицы, движение которой к экстремуму оптимизируемой функции наиболее перспективно.

Управление выбором частицы для обновления скорости изменения координат предлагается осуществлять с использованием рандомизированной схемы. С этой целью вводится случайная дискретная величина  $\tilde{n}$ , принимающая значение  $\tilde{n} = \overline{1, N_r}$  с вероятностью  $p_n$ . На первом шаге

$$p_n^1 = \frac{1}{N_r} \forall n = \overline{1, N_r}.$$

Далее изменение значений  $p_n^k$  при условии  $\sum_{n=1}^{N_r} p_n^{vk} = 1$  осуществляется следующим образом.

Определяется значение случайной величины  $\tilde{n}$ . Пусть  $\tilde{n} = v$ . Тогда скорости изменения координат на  $(k+1)$ -м шаге, вычисляются:

$$v_j^{k+1} = \begin{cases} v_{jn}^k, \forall n = \overline{1, N_r}, n \neq v, \\ p_{x_{jn}}^{r+1} (q_{x_{jn}}^r (\nabla_{1jn} F) - p_{x_{jn}}^r \kappa(-\Delta_{1jn} F)), n = v, \end{cases}$$

а значение вероятностей  $p_n$

$$p_n^1 = \begin{cases} \frac{p_n^k}{1 + \varepsilon^{k+1}} \forall n = \overline{1, N_r}, n \neq v, \\ \frac{p_n^k + \varepsilon^{k+1}}{1 + \varepsilon^{k+1}}, n = v, \end{cases}$$

где  $\varepsilon^{k+1} = \varepsilon^k \exp(\mu(\text{sign}(\Delta_v^{k-1} \nabla_v^k)))$ ,  $\mu > 0$  - параметр, который задаётся в процессе поиска.

При этом величина  $\varepsilon > 0$  определяет степень рекордности движения  $v$ -й частицы в направлении к экстремуму оптимизируемой функции  $F$ :

$$\nabla_v^k = R_v^k - R_s^k,$$

где  $R_v^k = \max(F(\tilde{x}_v^k/x_{jv}=0), F(\tilde{x}_v^k/x_{jv}=1))$  – рекорд по функции  $F$  для частицы  $v$  при определении вариации по  $j$ -й альтернативной переменной,

$R_s^k = \max_{s=\overline{1, S}}(F(\tilde{x}_s^k/x_{js}=0), F(\tilde{x}_s^k/x_{js}=1))$  – рекорд по функции  $F$  для  $s = \overline{1, S}$  соседних частиц при определении вариации (2) по  $j$ -й альтернативной переменной,

$s$ - номер соседней частицы в соответствии с понятием соседства частиц, которое определено в методе роя частиц [4].

В качестве топологии соседства принята кластерная топология, так как она обеспечивает лучшее изменение скорости распространения информации в рамках роя частиц. В этом случае граф состоит из  $N_r=16$  частиц, которые распределены в виде клик по 4 частицы в четырех узлах (рис. 1).

Частицы  $S_1, S_5, S_{10}, S_{15}$  имеют три соседние частицы, остальные – четыре.

В этом случае, если на двух соседних шагах рекорд  $R_v$   $v$ -й частицы превышает рекорд  $R_s$  соседних частиц, то величина  $\varepsilon^{k+1} = \varepsilon^k \exp(\mu)$  увеличивается, что приводит к увеличению  $p_v^{k+1}$  и уменьшению всех остальных  $p_n^{k+1}$ . Это означает, что частота выбора частицы -  $v$  лидера при случайном поиске увеличивается, и движение к экстремуму оптимизиро-

ванной функции становится эффективным. В другой ситуации, когда на двух соседних шагах устойчивой рекордности  $v$ -ой частицы по отношению к соседней нет, знаки  $\nabla_v^{k-1}$  и  $\nabla_v^k$  разные, и величина  $\varepsilon^{k+1} = \varepsilon^k / \exp(\mu)$  уменьшается, что не позволяет существенно изменять частоту выбору частицы  $v$ , как не проявившей себя устойчивой частицей - лидером.

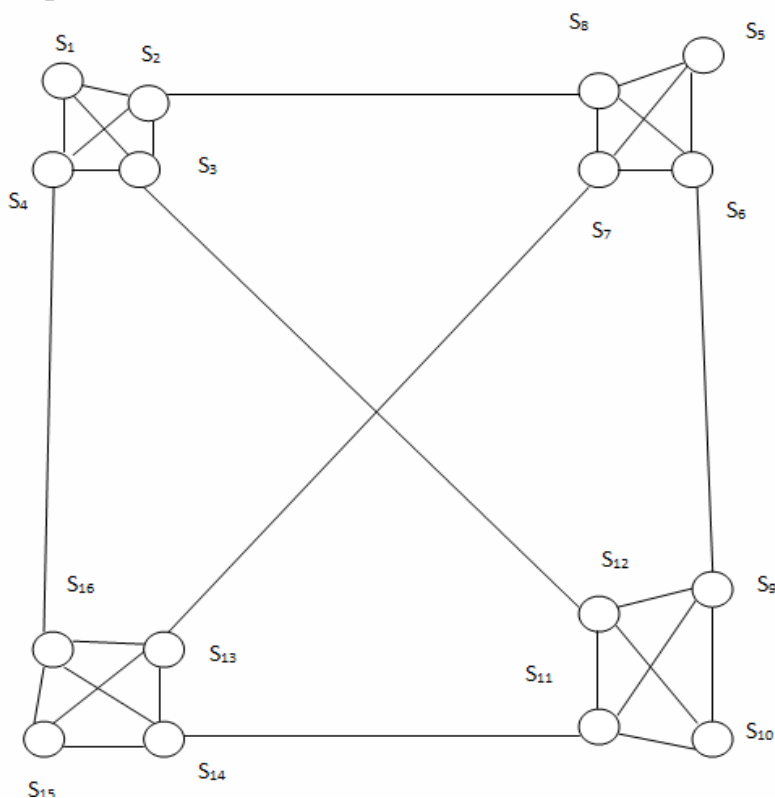


Рис.1. Кластерная топология соседства частиц

Таким образом, многоуровневая схема управления поиском в рандомизированном алгоритме многоальтернативной оптимизации дополняется еще одним уровнем в рамках управляемого роя частиц. У обучающегося появляется возможность исследовать в какой степени такая интеграция способствует дальнейшему повышению эффективности автоматических процедур структурного синтеза ММР по соотношению скорости и точности в зависимости от начальных значений вероятностей  $p_{xj}^1$ ,  $p_{Bj}^1$ ,  $p_{Cj}^1$ ,  $j = \overline{1, J}$ ,  $p_a^1$  значений параметров  $\delta$ ,  $\mu > 0$ , количества частиц  $Nr$  и топологии соседства, отличной от рассмотренной на рис. 1 (другое количество узлов в случае кластерной топологии, количество частиц в клике, узле другие типы топологий: клика, кольцо, двумерный тор, динамические топологии)

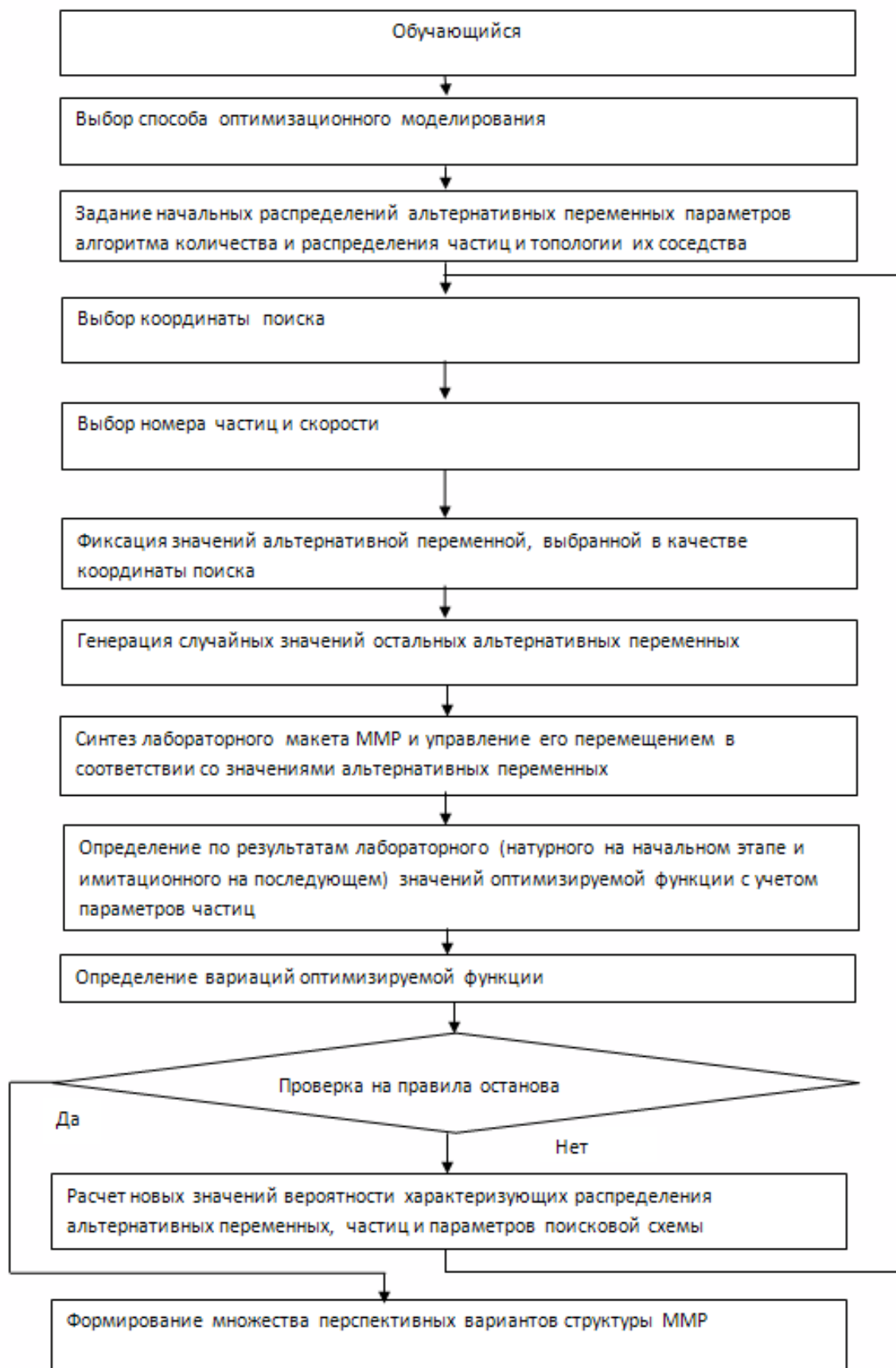


Рис.2 Структурная схема комбинированного алгоритма многоальтернативной оптимизации и метода роя частиц

Структурная схема реализации комбинированного, с методом роя частиц, алгоритма многоальтернативной оптимизации, ориентированная на учебно-исследовательскую деятельность обучающихся, приведена на рис.2.

Вывод. Полученные в работе результаты позволят проводить управление сложными системами. Рассмотрен пример управления сложной системой на примере робота в рамках комбинированного алгоритма многоальтернативной оптимизации и метода роя частиц.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Львович Я.Е. Многоальтернативная оптимизация: теория и приложения. Воронеж: Издательский дом «Кварта», 2006.
2. Я.Е. Львович, С.В. Андраханов Интеграция процедур многоальтернативной оптимизации и метода роя частиц / Вестник Воронежского государственного технического университета. 2010. Т. 6. № 12. С. 29-31.
3. С.И.Киселев и др. Решение численных задач автоматизи на ПЭВМ. СПбГТУ, СПб,1993.
4. Моделирование робототехнических систем и гибких автоматизированных производств. Книга 5 серии “Робототехника и гибкие автоматизированные производства”. Под ред. И.М. Макарова. М.:Высшая школа,1986.
5. J. Kennedy and R. Eberhart, “Particle swarm optimization,” in the Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia, Vol. 4, pp. 1942-1948, 1995.
6. Kennedy, J., Eberhart, R.C., and Shi, Y., Swarm Intelligence. Morgan Kaufmann, 2001.
7. Li Liu, Wenxin Liu, David A. Cartes, “Particle swarm optimization-based parameter identification applied to permanent magnet synchronous motors”, Engineering Applications of Artificial Intelligence, Volume 21, Issue 7, October 2008, Pages 1092-1100.
8. Pant, M., Thangaraj, R. and Abraham, A., (2008), "Particle Swarm Optimization Using Adaptive Mutation", IEEE/DEXA'08, pp. 519-523.



9. Parsopoulos, K. E. and Vrahatis, M. N., (2004),” UPSO: A Unified Particle Swarm Optimization Scheme”, Proc. of the Int. Conf. of Computational Methods in Sci. and Eng., Vol. 1, pp. 868-873.

S.V. Andrahanov

**THE COMBINED ALGORITHM OF MULTIALTERNATIVE  
OPTIMIZATION AND METHOD OF PARTICLE SWARM**

Voronezh State Technical University

*The paper gives a description of the combined algorithm multiarnative optimization and method of particle swarm. As topology neighborhood the cluster topology is adopted. The structural scheme of the combined algorithm multialternative optimization and method of particle swarm is given.*

**Keywords:** multialternative optimization, method of particle swarm.